

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Запутанные квантовые состояния атомных систем

И.В. Баргатин, Б.А. Гришанин, В.Н. Задков

Обсуждается современное состояние физики запутанных состояний атомных систем — междисциплинарного направления научных исследований на стыке квантовой оптики, физики квантовой информации и физических основ квантовой механики. В первой части дается введение в теорию запутанных состояний, описываются их свойства и применения, вторая часть посвящена экспериментам по созданию и детектированию запутанных состояний атомных систем, предложениям по их постановке. Рассмотрена наиболее развитая на данный момент экспериментальная техника создания запутанных состояний ионов в ионной ловушке, проанализированы перспективы методов создания запутанных состояний нейтральных атомов.

PACS numbers: 03.65.Bz, 03.65.Ud, 03.65.Yz, **03.67.-a**, 32.80.Qk

Содержание

1. Введение (625).
 2. Теория запутанных состояний (626).
 - 2.1. Квантовые корреляции. 2.2. Чистые запутанные состояния.
 - 2.3. Многосоставные запутанные состояния. 2.4. Смешанные запутанные состояния.
 3. Применения запутанных состояний (631).
 - 3.1. Исследования физических основ квантовой механики.
 - 3.2. Метрологические приложения. 3.3. Приложения к физике квантовой информации.
 4. Запутанные состояния ионов (634).
 - 4.1. Внутренние состояния ионов и атомов как носители квантовой информации. 4.2. Ионы в радиочастотных ионных ловушках.
 - 4.3. Эксперименты в области физики квантовой информации.
 5. Запутанные состояния нейтральных атомов (639).
 - 5.1. Нейтральные атомы в дипольных ловушках. 5.2. Реализация условной динамики в системе нейтральных атомов. 5.3. Эксперименты по созданию запутанных состояний нейтральных атомов.
 6. Заключение (644).
- Список литературы (646).

1. Введение

Пути развития научной мысли во многом непредсказуемы. Одни идеи после быстрого расцвета отходят на второй план, другие же могут медленно развиваться в

течение нескольких десятилетий, а затем пережить взрыв нового интереса к ним. Именно такая метаморфоза произошла около десяти лет назад с областью физики, посвященной запутанным квантовым состояниям (entangled states).

Первые попытки анализа свойств запутанных состояний были предприняты Эйнштейном [1] и Шрёдингером [2] еще в 30-х годах XX века. Это было время, когда квантовая теория находилась в стадии становления и необычные свойства новых объектов квантовой теории являлись поводом для сомнений в адекватности описания мира самой квантовой механикой¹. В частности, знаменитая статья Эйнштейна, Подольского и Розена [1] имела своей целью доказать на примере запутанных состояний неполноту описания мира квантовой механикой. С тех пор запутанные состояния вот уже несколько десятилетий неразрывно связаны с обсуждением основ квантовой механики [4]. К примеру, множество работ посвящено возможности описания мира в рамках локальных теорий скрытых переменных, альтернативных стандартной квантовой теории. При этом в противоположность представлениям Эйнштейна запутанные состояния являются основным объектом, позволяющим сделать выбор в пользу квантовой теории. Отметим, однако, что безусловного экспериментального разрешения этого концептуального спора до сих пор не получено [5].

В других работах, наоборот, делается упор на специфической нелокальной природе запутанных состояний, что даже привело к определенной их мистификации. Так, сочетание необычных (по классическим меркам) свойств запутанных состояний с проекционным постулатом квантовой механики привело к спекуляциям о "действии на расстоянии", вступающем в противоречие с постулатами специальной теории относительности. Хотя поверхностные утверждения такого рода логически необосно-

И.В. Баргатин, Б.А. Гришанин, В.Н. Задков. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет и Международный лазерный центр, 119899 Москва, Воробьевы горы, Российская Федерация
Тел. (095) 939-51-73. Факс (095) 939-31-13
E-mail: zadkov@comsim1.phys.msu.ru

Статья поступила 25 января 2001 г.,
после доработки 26 февраля 2001 г.

¹ Популярное изложение ранних споров о сущности квантовой механики можно найти в книге [3].

ванны (см., например, [6, 7]), более детальный анализ этой проблематики, учитывающий ограничения специальной теории относительности, вполне может быть предметом серьезного обсуждения (см., например, [8–10]).

Несмотря на традиционное фундаментальное значение запутанных состояний, нынешний всплеск интереса к ним связан с абсолютно новой физической проблематикой. За последние несколько лет запутанные состояния стали важным объектом новых прикладных дисциплин — квантовой криптографии [11], квантовой теории информации [12], физики квантовых вычислений [13]. Время от времени предлагаются и другие возможности применения запутанных состояний, например, совсем недавно высказана идея использования запутанных состояний для синхронизации пространственно разделенных часов [14, 15]. Соответственно, среди ученых все более привычным становится взгляд на запутанные состояния как на особый *нелокальный квантовый ресурс*, которому есть множество применений. В такой ситуации естественным становится вопрос о способах производства и хранения этого нового ресурса.

Традиционными источниками запутанных состояний являются процессы каскадного распада атомных возбуждений [16] и спонтанного параметрического рассеяния света в нелинейных кристаллах [17]. С помощью этих процессов создают фотонные пары с запутанными состояниями поляризации, которыми затем легко управляют при помощи простейших линейных оптических устройств — зеркал и поляризаторов (см., например, [18]). Однако подобные источники запутанных состояний обладают рядом недостатков.

С одной стороны, процессы распада высокочастотного фотона на фотонную пару и релаксационного распада атомных возбуждений являются случайными, так как они обусловлены квантовыми флуктуациями в рассматриваемой среде.

С другой стороны, созданные фотонные пары распространяются со скоростью света, так что их трудно локализовать и сохранять для последующего использования. Именно поэтому в последнее время много внимания уделяется так называемым детерминистским методам создания запутанных состояний *массивных* частиц — прежде всего отдельных атомов и ионов, захваченных в ловушках соответствующих типов. Под детерминизмом здесь понимается возможность создавать нужное запутанное состояние данных частиц в любой наперед заданный момент времени [19].

Следует отметить, что два упомянутых вида "носителей" запутанных состояний (фотоны и атомы или ионы) в принципе прекрасно дополняют друг друга [20]. Действительно, если исследования, осуществляемые в настоящее время, приведут к созданию надежной экспериментальной техники для создания и манипулирования запутанными состояниями атомов, а также контролируемого взаимодействия этих атомов со светом, то в результате появится идеальная экспериментальная база для всех приложений запутанных состояний. Тогда атомы предоставят возможность долговременного хранения специфической квантовой информации, а фотоны обеспечат возможность ее передачи практически на любые расстояния (см., например, [21]). Если к этой картине добавить возможность практической реализации квантовых компьютеров, то можно будет говорить о создании "квантового интернета" [22].

Тематика запутанных состояний так или иначе затрагивалась во многих обзорах современного состояния квантовой теории (см., например, [4, 6–8, 23, 24] и соответствующие главы в книгах [3, 9, 12, 25, 26]). Однако эти работы носили преимущественно общий характер, в то время как развитие приложений запутанных состояний стимулирует более детальный анализ свойств и методов создания запутанных состояний. При этом проблемам создания фотонных пар в нелинейных преобразованиях и каскадных процессах распада уделено довольно много внимания (см., например, [16, 17, 27–29]), тогда как проблематика запутанных состояний *атомов и ионов*, напротив, является сравнительно новой: до начала 90-х годов она почти не поднималась. Поэтому мы считаем необходимым посвятить настоящий обзор именно атомным системам, причем мы ограничимся запутанными состояниями систем отдельных (т.е. индивидуально адресуемых) атомов и ионов, так как именно такие системы представляются в данный момент наиболее перспективными для реализации практических приложений запутанных состояний [20, 30].

Таким образом, за рамками обзора остаются как активно развивающаяся в настоящее время техника создания псевдоzapутанных состояний ядерных спинов в органических молекулах, основанная на использовании методов ядерного магнитного резонанса (см. обзор [31]), так и наиболее перспективная в долгосрочном плане техника создания запутанных состояний в различных твердотельных системах [32–34].

Большинство публикуемых статей, посвященных запутанным состояниям, можно найти в архиве электронных препринтов Лос-Аламосской национальной лаборатории США [35] в разделе Quantum Physics. Именно поэтому библиографические ссылки на некоторые неопубликованные работы имеют в обзоре вид quant-ph/*, где звездочкой обозначен идентификационный номер статьи в упомянутом архиве препринтов.

В заключение сделаем замечание лингвистического плана. Термин *запутанный*² в контексте данного обзора относится к коррелированности физических систем, находящихся в таких квантовых состояниях, — их некоторой взаимозависимости и "переплетенности". Интересно, что в русском языке слово "запутанный" несет также значение путаницы и неразберихи, что отчасти символично, так как именно такое впечатление часто создается при первом знакомстве с этой "модной" областью физики. Мы, надеемся, что настоящий обзор позволит читателю составить адекватное представление о физике запутанных состояний.

2. Теория запутанных состояний

Во многих областях физики теоретические исследования намного опережают развитие эксперимента. Такое положение дел сейчас сложилось практически во всех областях физики, связанных с квантовой информацией (см. обзоры [23, 36] и книгу [25]), в том числе и в физике запутанных состояний. В то время как новые теоретические результаты появляются чуть ли не каждый день, интересные экспериментальные результаты публи-

² Вместо "запутанный" некоторые авторы предпочитают употреблять термин "перепутанный" (см., например, [6, 23]).

куются намного реже. При этом бурно развивающаяся теория запутанных состояний не является однородной. В ней можно выделить по крайней мере два направления: 1) математические исследования свойств запутанных состояний и 2) предложения по проведению экспериментов, связанных с созданием и использованием запутанных состояний. В первых двух разделах обзора рассмотрен формальный аспект теории, экспериментам и предложениям по их проведению посвящены последующие разделы.

2.1. Квантовые корреляции

Как уже отмечалось, *запутанность* (entanglement) есть всего лишь особая квантовая форма корреляций, которая, однако, обладает рядом существенных отличий от классических корреляций, которые удобнее всего рассмотреть на каком-нибудь примере. Возьмем в качестве такового систему двух частиц со спином $1/2$ в состоянии с полным спином, равным нулю (в синглетном состоянии). В честь Эйнштейна, Подольского и Розена, которые более шестидесяти лет назад ввели в рассмотрение состояние с похожими свойствами [1], это состояние иногда называют ЭПР-состоянием, систему спинов $1/2$ в состоянии с нулевым полным спином — ЭПР-парой, а соответствующие корреляции — ЭПР-корреляциями.

ЭПР-состояние задается формулой

$$|\psi_{\text{EPR}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2), \quad (1)$$

где $|\uparrow\rangle_i$ и $|\downarrow\rangle_i$, $i = 1, 2$, — волновые функции i -го спина, ориентированного "вверх" и "вниз" соответственно, а символ \otimes обозначает операцию прямого (тензорного) произведения, необходимую для описания составных квантовых систем [37].

Поскольку полный спин системы равен нулю, спины отдельных частиц в ЭПР-состоянии всегда направлены в противоположные стороны, т.е. антикоррелированы. На первый взгляд, ничего особенно квантового в таком состоянии нет: можно привести множество примеров подобных антикоррелированных состояний классических систем. Специфика возникает, когда мы начинаем применять для описания ЭПР-корреляций законы квантовой механики — операторное представление физических величин, которое вводит некоммутативные физические переменные, и соответствующую формулу для средних значений:

$$\langle \hat{A} \rangle_\psi = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle. \quad (2)$$

Здесь \hat{A} — оператор интересующей нас переменной, а ψ — волновая функция рассматриваемой системы, которая с учетом принципа суперпозиции подразумевает специфическое свойство *когерентности*, т.е. возможность интерференции квантовых состояний. Некоммутативность физических переменных приводит к тому, что если в данном квантовом состоянии одни физические переменные определены точно, то другие обязаны содержать флуктуации, обусловленные внутренней неопределенностью квантовых состояний.

Антикоррелированность спинов отдельных частиц в состоянии (1) проявляется в условии

$$\langle \hat{\sigma}_1^{(z)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(z)} \rangle_{\psi_{\text{EPR}}} = \langle \psi_{\text{EPR}} | \hat{\sigma}_1^{(z)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(z)} | \psi_{\text{EPR}} \rangle = -1, \quad (3)$$

где $\hat{\sigma}_i^{(z)}$, $i = 1, 2$, — операторы (матрицы) Паули, пропорциональные оператору проекции i -го спина на выбранную ось квантования z . Из обращения в нуль полного спина системы также следует антикоррелированность проекций отдельных спинов на любые другие направления в пространстве, в частности на оси x и y выбранной декартовой системы координат:

$$\langle \hat{\sigma}_1^{(x)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(x)} \rangle_{|\psi\rangle} = \langle \hat{\sigma}_1^{(y)} \otimes \hat{\sigma}_2^{(y)} \rangle_{|\psi\rangle} = -1. \quad (4)$$

Тот факт, что уравнения (3) и (4) одинаковы по форме, связан с тем, что состояния систем с нулевым полным спином являются инвариантными относительно любых вращений системы координат (для ЭПР-состояния это легко можно проверить непосредственным вычислением).

Для системы двух спинов $1/2$ существует лишь одно квантовое состояние с нулевым полным спином и описанными выше свойствами — ЭПР-состояние. Поэтому попытки построить какой-нибудь квазиклассический аналог ЭПР-состояния, обладающий точно такими же свойствами, обречены на неудачу. Действительно, рассмотрим по аналогии с квантовой когерентной суперпозицией (1) классическую статистическую смесь двух состояний с противоположно направленными спинами частиц. Как и любая статистическая смесь, это состояние описывается с помощью матрицы плотности (статистического оператора)

$$\hat{\rho}_{\text{cl}} = \frac{1}{2}(|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Здесь матрица записана в базисе $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$, где для простоты опущены знаки тензорного произведения и индексы, нумерующие отдельные спины. Диагональные элементы матрицы (5) описывают совместное распределение вероятностей двух полностью антикоррелированных классических случайных величин, которые могут принимать два равновероятных значения, соответствующих направлениям спина "вниз" и "вверх".

Записывая матрицу плотности, отвечающую чистому состоянию $|\psi_{\text{EPR}}\rangle$:

$$\hat{\rho}_{\text{EPR}} = |\psi_{\text{EPR}}\rangle\langle\psi_{\text{EPR}}| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

мы видим, что разница между матрицами (5) и (6) заключается лишь в двух недиагональных матричных элементах $-1/2$. Однако именно эти матричные элементы обуславливают то, что в отличие от $\hat{\rho}_{\text{EPR}}$ состояние $\hat{\rho}_{\text{cl}}$ не является вращательно-инвариантным и в нем не наблюдается антикорреляции проекций спинов на направления x и y :

$$\langle \hat{\sigma}_1^{(x)} \hat{\sigma}_2^{(x)} \rangle_{\hat{\rho}_{\text{cl}}} = \langle \hat{\sigma}_1^{(y)} \hat{\sigma}_2^{(y)} \rangle_{\hat{\rho}_{\text{cl}}} = 0 \quad (7)$$

(это легко проверить непосредственным вычислением). Таким образом, "квантовость" корреляций, проявляемых системой в ЭПР-состоянии, определяется недиаго-

нальными элементами матрицы плотности (6), которые делают соответствующее состояние когерентным.

Если перейти на язык квантовой оптики, а именно рассматривать (1) как совместное состояние двух двухуровневых атомов, квантовый характер соответствующих корреляций можно прокомментировать иным образом. Условие (3) означает антикоррелированность диагональных элементов матриц плотности атомов, т.е. населенностей, а условие (4) — антикоррелированность недиагональных элементов матриц плотности, т.е. так называемых когерентностей, ответственных за явления квантовой интерференции.

Таким образом, операторный закон усреднения квантовой механики (2) и все соотношения квантовой механики, связанные с операторным представлением физических величин, приводят к тому, что мы вынуждены описывать некоторые коррелированные состояния составных квантовых систем с помощью квантовых когерентных суперпозиций типа (1), не имеющих классического аналога.



Рис. 1. Иллюстрация к процессу создания запутанного состояния атома и электромагнитного поля. Изначально независимые состояния атома и поля "запутываются" в области взаимодействия и остаются запутанными даже после окончания взаимодействия и пространственного разделения атома и поля. Адаптировано из [23].

Отметим в заключение, что понятия запутанных состояний и квантовых корреляций могут относиться не только к квантовым системам, составленным из физически идентичных частиц (два фотона, два спина и т.д.), но и к неоднородным составным системам, таким как атом и фотон (рис. 1), или к различным степеням свободы одного и того же физического объекта (например, внутренние и трансляционные степени свободы атома).

2.2. Чистые запутанные состояния

Как следует из раздела 2.1, квантовые корреляции связаны с когерентными суперпозиционными состояниями составных квантовых систем. Поэтому первое простейшее определение запутанных состояний сформулируем для *чистых* квантовых состояний.

Чистым запутанным состоянием называется такое состояние составной квантовой системы $Q = A + B + \dots$, волновую функцию которого нельзя представить в виде тензорного произведения волновых функций составляющих ее частей:

$$\Psi_Q \neq \Psi_A \otimes \Psi_B \otimes \dots \quad (8)$$

Очевидно, что волновые функции, которые можно представить в виде произведения (8), не содержат вообще никаких корреляций, так как усреднение любых операторов в этом случае производится для каждой составной части независимо.

Итак, чистые квантовые состояния бывают либо квантово-коррелированными (запутанными), либо во-

обще некоррелированными. При этом ЭПР-состояние, введенное в разделе 2.1, является не просто запутанным (невозможность представить это состояние в виде тензорного произведения следует из его инвариантности относительно поворотов системы координат), а *максимально запутанным*, т.е. ЭПР-состояние обладает дополнительным свойством

$$\text{Tr}_2 \hat{\rho}_{\text{EPR}} = \text{Tr}_1 \hat{\rho}_{\text{EPR}} = \frac{1}{2} \hat{1}, \quad (9)$$

где Tr_i обозначает операцию взятия частичного следа по степеням свободы i -го спина.

По определению максимально запутанными состояниями *двухсоставной* квантовой системы $Q = A + B$ называются чистые состояния, обладающие тем свойством, что матрица плотности, получающаяся после взятия частичного следа (частичного усреднения) по переменным любой из составляющих частей квантовой системы, пропорциональна единичной матрице. Образованные таким образом частичные матрицы плотности $\hat{\rho}_A = \text{Tr}_B |\psi\rangle\langle\psi|$ и $\hat{\rho}_B = \text{Tr}_A |\psi\rangle\langle\psi|$ описывают состояния частей квантовой системы, рассматриваемых по отдельности.

В случае запутанных состояний частичные матрицы плотности $\hat{\rho}_A$ и $\hat{\rho}_B$ обладают ненулевой квантовой энтропией: $S(\hat{\rho}) = -\text{Tr} \hat{\rho} \log \hat{\rho}$, в то время как энтропия чистого состояния составной квантовой системы равна нулю: $S(|\psi\rangle\langle\psi|) = 0$. Это свидетельствует о том, что флуктуации отдельных частей составной системы взаимосвязаны. При этом степень их корреляции тем больше, чем более случайными они являются по отдельности, поскольку флуктуации в обеих независимо рассматриваемых частях составной системы обусловлены единым источником — чисто квантовыми флуктуациями в составной системе. Можно сказать, что чисто квантовые флуктуации, отвечающие чистому запутанному состоянию $|\psi\rangle$ составной квантовой системы, при независимом рассмотрении отдельных частей системы переходят в классические флуктуации соответствующих частичных распределений вероятности (т.е. частичных матриц плотности) и описываются энтропией этих распределений.

В общем, можно строго показать [38], что степень запутанности двухсоставных чистых состояний выражается количественно с помощью простой меры:

$$\mathcal{E}(|\psi\rangle) = S(\hat{\rho}_A) = S(\text{Tr}_B |\psi\rangle\langle\psi|). \quad (10)$$

Поскольку для чистых состояний энтропии частичных матриц плотности тождественно равны: $S(\hat{\rho}_A) = S(\hat{\rho}_B)$ (см., например, [12]), в определении (10) можно с тем же успехом использовать и матрицу $\hat{\rho}_B$. Очевидно, что для состояний в виде тензорного произведения мера (10) равна нулю, так как операция частичного усреднения дает в этом случае чистое состояние. Единица измерения запутанности определяется основанием логарифма, входящего в формулу энтропии, подобно тому как это происходит для единиц измерения информации. Для случая двоичного логарифма в англоязычной литературе можно встретить термин *e-bit* (entanglement bit) — один бит запутанности.

Однако введенные выше определения запутанных состояний и меры запутанности будут непротиворечивыми только при удовлетворении ряда условий, отвечающих смыслу запутанных состояний как нелокального

квантового ресурса [39]. В частности, эти определения и свойства должны быть инвариантны относительно проведения локальных квантовых операций и обмена классической информацией (в англоязычной литературе можно встретить аббревиатуру LQCC — local quantum [operations] and classical communication). Рассмотрим LQCC-операции более подробно.

Предположим, что одной из частей запутанного состояния двухсоставной системы (например, одним из спинов ЭПР-пары) обладает один человек, а другой — второй человек. Согласно сложившейся традиции назовем их Алисой и Бобом. Подразумевается, что они пространственно разделены и могут общаться лишь с помощью классических средств, т.е. не имеют возможности осуществлять прямое когерентное взаимодействие между частями составной квантовой системы или передавать их друг другу.

Далее, Алиса и Боб могут производить над своими частями составной квантовой системы любые квантовые операции, т.е. унитарные или супероператорные преобразования [40], а также квантовые измерения (в том числе неортогональные) [41]. Наконец, результатами этих измерений (как и любой другой классической информацией) они могут обмениваться с помощью классических средств коммуникации. Математическая структура определенных таким образом LQCC-операций очень сложна [42], но с практической точки зрения она представляется наиболее оправданной.

В работе [39] было показано, что в результате проведения LQCC-операций мера (10) заданного запутанного состояния в среднем может лишь уменьшаться, т.е. запутанность нельзя создавать исключительно с помощью локальных средств, что как раз и определяет смысл запутанных состояний как нелокального квантового ресурса.

Хотя запутанность чистых состояний нельзя создавать из ничего, ее можно "разбавлять" или "концентрировать" [38]. Более строго это свойство формулируется так. Пусть между Алисой и Бобом распределено N копий двухсоставных квантовых систем (например, пар спинов $1/2$), каждая из которых находится в запутанном состоянии $|\psi\rangle$, так что суммарная запутанность составляет $N\mathcal{E}(|\psi\rangle)$. Тогда существуют такие LQCC-операции, что из N исходных двухсоставных систем можно получить M двухсоставных систем (при $N \neq M$ сами физические объекты (пары спинов) добавляются или отбрасываются по мере необходимости), каждая из которых будет обладать волновой функцией $|\psi'\rangle$, причем в пределе $N \rightarrow \infty$ суммарная запутанность $M\mathcal{E}(|\psi'\rangle)$ останется прежней:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M\mathcal{E}(|\psi'\rangle)}{N\mathcal{E}(|\psi\rangle)} = 1. \quad (11)$$

Таким образом, в асимптотике бесконечного числа исходных объектов запутанность можно *асимптотически обратимо* преобразовывать, согласно мере (10), в более или менее запутанные состояния. В частности, исходные физические объекты, находящиеся в незначительно запутанных состояниях, можно с сохранением общего количества запутанности преобразовывать в меньшее число объектов, которые находятся в максимально запутанных состояниях и, таким образом, наиболее полезны для практических приложений. Это свойство

асимптотической обратимости выделяет меру (10) среди всех возможных мер запутанности чистых состояний. Отметим, что при рассмотрении необратимых протоколов преобразования запутанности адекватным оказывается введение и других мер запутанности [43, 44].

2.3. Многосоставные запутанные состояния

Рассмотренные выше чистые запутанные состояния двухсоставных систем представляют собой лишь наиболее простой случай квантово-коррелированных систем. Обобщение введенных понятий и свойств на случаи смешанных состояний или многосоставных систем нетривиально и зачастую неоднозначно. Исследования в этой области интенсивно ведутся в настоящий момент, и соответствующая система понятий еще не вполне устоялась. Поэтому мы здесь ограничимся общепринятыми результатами из литературы на эту тему, объем которой растет буквально каждый день³.

Наиболее популярным запутанным состоянием трехсоставных систем является ГХЦ-состояние

$$|\psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle), \quad (12)$$

названное по имени авторов (Гринбергер, Хорн, Цайлингер) статьи, в которой были впервые рассмотрены его свойства [45]. В случае многосоставных квантовых систем роль, аналогичную ЭПР- и ГХЦ-состояниям, играют состояния типа "шрёдингеровского кота" (Schrödinger-cat states) [2] (см. также [7–9]). Одним из примеров является состояние

$$|\psi_{\text{cat}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|000\dots 0\rangle}_N + \underbrace{|111\dots 1\rangle}_N \right). \quad (13)$$

При этом подразумевается, что состояния $|000\dots 0\rangle$ и $|111\dots 1\rangle$ ввиду большого числа N входящих в них частиц описывают различные состояния макроскопических объектов. Соответственно, состояние (13) описывает когерентную суперпозицию макроскопически различных состояний больших объектов подобно суперпозиции живого и мертвого состояний кота, введенной Шрёдингером в [2]. В последнее время подобные состояния систем, состоящих из сравнительно небольшого числа частиц, стали объектом пристальных исследований в связи с появлением экспериментальных возможностей их создания (см. раздел 3).

Можно подумать, что многосоставные чистые запутанные состояния так же эквивалентны (т.е. обратимо преобразуемы), как и различные двухсоставные чистые запутанные состояния, например предположить, что два ГХЦ-триплета эквивалентны трем ЭПР-парам. Однако это не так: обратимого преобразования этих систем друг в друга с помощью LQCC-операций не существует даже в асимптотике большого числа копий [46]. Вообще, для систем, состоящих из n частей, существуют запутанные состояния, которые нельзя обратимо преобразовывать в запутанные состояния систем с меньшим числом $m < n$ частиц. Таким образом, можно говорить, что n -частичная запутанность не сводится к запутанности более низкого порядка [46]. Примером неприводимых n -час-

³ Свежие результаты всегда можно найти в архиве электронных препринтов Лос-Аламосской национальной лаборатории США [35].

тичных запутанных состояний как раз и являются состояниями типа "шрёдингерского кота" (13).

2.4. Смешанные запутанные состояния

Как уже отмечалось, в случае чистых состояний любые корреляции являются квантовыми, т.е. соответствуют запутанным состояниям. Напротив, смешанные состояния, описываемые матрицами плотности, в определенной степени являются аналогами классических статистических ансамблей, так как они могут включать в себя и классические корреляции.

Для того чтобы отделить классические корреляции от квантовых, в рассмотрение вводят *сепарабельные* (т.е. классически-коррелированные) квантовые состояния $\hat{\rho}_{\text{sep}}$, которые можно представить в виде

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} = \sum_i \hat{\rho}_A^{(i)} \otimes \hat{\rho}_B^{(i)} \otimes \dots, \quad (14)$$

где $\hat{\rho}_S^{(i)}$ — некоторые матрицы плотности составных частей рассматриваемой квантовой системы ($i = 1, \dots, N$; $S = A, B, \dots$). Каждое слагаемое суммы (14) описывает статистически независимые (мультипликативные) состояния подсистем A, B, \dots составной квантовой системы \mathcal{Q} , а суммирование по индексу i (некогерентное смешивание) определяет наличие классических корреляций.

Матрицы плотности (14) можно приготовить локально, т.е. используя локальные квантовые операции и обмен классической информацией, не обладая изначально никакими запутанными состояниями. Именно в этом смысле они не являются квантово-коррелированными⁴. Состояния, которые нельзя представить в виде (14), называются *несепарабельными* или *смешанными запутанными* состояниями.

Для смешанных запутанных состояний двухсоставных систем можно ввести множество различных мер запутанности (см., например, [39, 48–50]). Все они в различной мере оправданы, но свести их к какой-нибудь одной мере, как в случае чистых состояний, не представляется возможным. Наиболее интересными мерами с практической точки зрения являются *запутанность формирования* (entanglement of formation) и *дистиллируемая запутанность* (distillable entanglement) [39].

Запутанность формирования определяется как минимальная усредненная запутанность ансамблей чистых состояний, реализующих данное смешанное состояние:

$$\mathcal{E}_{\text{form}}(\hat{\rho}) = \min_{\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|} \sum_i p_i \mathcal{E}(|\psi_i\rangle), \quad (15)$$

где $\mathcal{E}(|\psi_i\rangle)$ — запутанность (10) чистых состояний $|\psi_i\rangle$, которые входят в квантовый ансамбль $\{p_i, |\psi_i\rangle\}$, реализующий смешанное состояние $\hat{\rho}$, а минимизация в (15) производится по всем возможным реализациям $\hat{\rho}$ ансамблями чистых состояний.

Таким образом, запутанность формирования равна минимальному количеству "чистой" запутанности, необходимому для того, чтобы создать данное состояние с помощью локальных квантовых операций и обмена классической информацией. Состояния, имеющие нуле-

вую запутанность формирования, являются сепарабельными и наоборот. Заметим, что минимизация, входящая в определение (15), нетривиальна и аналитическая формула для запутанности формирования произвольных смешанных состояний пока получена лишь для случая двух запутанных кубитов (двухуровневых систем) [51].

В свою очередь дистиллируемая запутанность $\mathcal{E}_{\text{dist}}(\hat{\rho})$ определяется как количество чистой запутанности, которое в принципе возможно извлечь (дистиллировать) из заданного смешанного состояния с помощью произвольных LQCC-операций в асимптотике большого числа копий исходного состояния. Такой процесс извлечения чистой запутанности из смешанной называется "очистением запутанности" (entanglement purification) [39]. Поскольку определение дистиллируемой запутанности опирается на некий гипотетический оптимальный способ очищения запутанности, математической формулы для этой меры пока не существует. К настоящему моменту известно несколько протоколов дистилляции чистой запутанности из смешанных состояний [39, 52–54], однако нет никаких оснований считать какой-либо из них оптимальным.

Вышеприведенные меры запутанности ориентируются на практические методы создания и использования смешанных квантово-коррелированных состояний. Совсем другой подход используется, когда сначала постулируются некоторые аксиоматические свойства, которым должна удовлетворять любая мера запутанности, а уже потом подбирается подходящая функция. Аналогично мере запутанности чистых состояний любая мера запутанности смешанных состояний $\mathcal{E}(\hat{\rho})$ должна удовлетворять условиям, определяющим смысл запутанности как нелокального ресурса [39, 55]:

- $\mathcal{E}(\hat{\rho}) = 0$ для сепарабельных $\hat{\rho}$, $\mathcal{E}(\hat{\rho}) \geq 0$ в остальных случаях;
- все меры запутанности инвариантны относительно проведения локальных унитарных операций;
- никакая мера запутанности не может в среднем увеличиваться в результате проведения любых физически реализуемых (т.е. супероператорных) локальных операций, а следовательно, и произвольных LQCC-операций.

Уже эти условия накладывают серьезные ограничения на возможные меры запутанности [56]. Если же к ним присовокупить другие нетривиальные требования, то можно получить новые интересные теоретические результаты. Так, с добавлением условий асимптотической аддитивности и непрерывности дистиллируемой запутанности в [55] было показано, что все "хорошие" меры запутанности должны быть ограничены сверху запутанностью формирования, а снизу — дистиллируемой запутанностью.

Отметим, что, помимо поиска адекватных мер запутанности смешанных состояний, существует и более частный подход к проблеме смешанных запутанных состояний. Речь идет о поиске критериев несепарабельности ($\mathcal{E}_{\text{form}}(\hat{\rho}) > 0$) и дистиллируемости ($\mathcal{E}_{\text{dist}}(\hat{\rho}) > 0$) смешанных состояний $\hat{\rho}$. Особый интерес при этом представляет структура *состояний со связанной запутанностью* (bound entangled states), для которых $\mathcal{E}_{\text{form}}(\hat{\rho}) > 0$, но $\mathcal{E}_{\text{dist}}(\hat{\rho}) = 0$ (см., например, [57]). К настоящему моменту в этой области получено довольно много интересных результатов [58–60], но окончательных ответов на поставленные вопросы пока нет.

⁴ Отметим, что в некоторых ситуациях такое понимание квантовых корреляций оказывается спорным [42, 47].

Таким образом, проблема адекватных мер и критериев запутанности для смешанных состояний остается пока неразрешенной. Положение еще более осложняется в случае различных обобщений упомянутых выше систем, например при рассмотрении запутанных состояний систем с непрерывным спектром (т.е. с бесконечным числом уровней) [61] или запутанных состояний многосоставных систем [62–64]. Еще одним нетривиальным обобщением является недавно поднятая проблема описания нелокальных свойств (запутанности) *квантовых операций* [65].

3. Применения запутанных состояний

В последние несколько лет физика запутанных состояний переживает второе рождение именно в связи с появлением новых практических приложений. В частности, такие приложения, как квантовые вычисления и улучшенные стандарты частоты, стимулируют развитие методов создания запутанных состояний атомов и ионов, которым посвящены последующие разделы этого обзора. Ниже мы кратко обсудим известные к настоящему моменту приложения запутанных состояний. Более подробное их описание можно найти в цитируемой литературе, а также в обзорах [23, 36] и книге [25].

3.1. Исследования физических основ квантовой механики

Первым серьезным применением запутанных состояний стала экспериментальная проверка неравенства Белла. С момента публикации статьи Эйнштейна, Подольского и Розена [1] стало ясно, что законы квантовой механики несовместимы с некоторыми привычными классическими представлениями, в частности с представлением о локальности физических взаимодействий. Однако математически это отличие было выявлено лишь тридцать лет спустя Дж. Беллом с помощью его знаменитых неравенств [66]. Неравенства Белла направлены на проверку так называемой слабой нелокальности квантовой механики, т.е. тезиса о том, что исход некоторого эксперимента может в определенном смысле влиять на исход другого эксперимента, даже если они разделены пространственноподобным интервалом (см. подробнее в обзорах [4, 7, 8]).

После появления первых неравенств Белла было обнаружено множество подобных соотношений и поставлено немало экспериментов, подтвердивших слабую нелокальность квантовой механики [4]. Так, например, было теоретически показано, что любое двухсоставное чистое запутанное состояние нарушает некоторое неравенство Белла [12], а также что для трехсоставных ГХЦ-состояний можно сформулировать не неравенство, а равенство с аналогичными свойствами [45]. Корреляции, соответствующие ГХЦ-состояниям, также были зарегистрированы экспериментально [67, 68].

К сожалению, в реальных экспериментах (особенно с атомами) обычно удается создать только смешанные запутанные состояния, которые лишь аппроксимируют соответствующие чистые состояния. Поэтому традиционные неравенства Белла для чистых состояний часто неадекватны для детектирования соответствующих нелокальных корреляций. Более перспективными с этой точки зрения оказывается экспериментальное измерение средних значений специальных операторов, называемых

"свидетелями запутанности" (entanglement witnesses). Можно показать, что для любого несепарабельного состояния существует соответствующий свидетель запутанности, детектирующий его [69], а также что любому свидетелю запутанности соответствует некоторое неравенство Белла, которое можно проверить экспериментально, исключая тем самым определенный класс теорий локальных скрытых переменных [70].

Следует отметить, что кропотливая работа экспериментаторов и теоретиков по выявлению различий между описаниями мира в рамках квантовой механики и теорий локальных скрытых переменных продолжается по сей день. Первые ставят более совершенные эксперименты по проверке неравенств Белла (см., например, [71]), в то время как вторые выявляют необоснованные неявные предположения, сделанные при проведении экспериментов (см. [5]) или разрабатывают все более изощренные теории локальных скрытых переменных (см., например, [72]).

Помимо проверок неравенств Белла и их аналогов, еще одним фундаментальным применением запутанных состояний является изучение процессов декогеренции в квантовых системах. Декогеренция — это процесс потери когерентности квантовых суперпозиций в результате взаимодействия квантовой системы с окружающей средой (см. обзоры [7, 73–75]). Именно декогеренция приводит к тому, что в природе (по крайней мере пока) не наблюдаются суперпозиции мертвых и живых котов. Однако эксперименты по созданию небольших "шрёдингеровских котят", состоящих из нескольких фотонов или атомов, уже вполне осуществимы [76–78]. В связи с этим чрезвычайно интересно сравнить экспериментально регистрируемые времена декогеренции с теоретически предсказываемыми. Дело в том, что в большинстве случаев теория предсказывает, что время жизни "шрёдингеровских котят" убывает экспоненциально с их размером. Экспоненциальная зависимость приводит к тому, что время жизни когерентных суперпозиций макроскопически различных состояний объектов, соразмерных с реальными котами, должно быть чрезвычайно мало.

Таким образом, декогеренция является основным процессом, определяющим, насколько классическим или квантовым будет поведение данного физического объекта. Более того, согласно одной из точек зрения [73] естественная природная декогеренция является также решением проблемы квантового измерения [41] (см. также [7–9]). Отсюда понятен интерес к экспериментам по декогеренции мезоскопических систем, которые включают в себя сравнительно небольшое число атомов, фотонов, фононов и т.п. и, таким образом, стоят на границе классического и квантового миров. Первые экспериментальные подтверждения упомянутой экспоненциальной зависимости для состояний типа (13) уже получены [78].

Следует отметить, что запутанные состояния составных систем являются не единственным примером суперпозиций макроскопически различных состояний. Другими известными примерами являются квантовые суперпозиции когерентных состояний квантового осциллятора. Такие состояния уже реализованы экспериментально как колебательными степенями свободы захваченных ионов [79], так и электромагнитным полем внутри высокодобротного резонатора [80].

3.2. Метрологические приложения

Пожалуй, наиболее солидными (опирающимися на традиционные и весьма авторитетные прикладные области физики) применениями запутанных состояний являются различные метрологические приложения. Так, ЭПР-состояние, рассмотренное в начале обзора, является частным случаем состояний со сжатым спином (spin-squeezed states) [81, 82], которые весьма полезны для спектроскопии сверхвысокого разрешения. Особая роль таких состояний обусловлена тем, что в них оказываются подавленными квантовые флуктуации определенных переменных.

Создавая состояния со сжатым спином, можно существенно понизить уровень квантовых проективных шумов, которые являются основным фактором, ограничивающим точность оптических атомных стандартов частоты (атомных часов) [81]. К примеру, точность стандартов частоты, основанных на спектроскопии Рамси ионов, захваченных в ионных ловушках, может быть увеличена за счет использования запутанных состояний в \sqrt{N} раз, где N — число захваченных ионов [83, 84].

К другим метрологическим приложениям запутанных состояний можно отнести специальные методы абсолютной калибровки фотодетекторов, измерения абсолютной яркости источников света и сверхточных измерений поляризационной дисперсии в двулучепреломляющих средах [85], а также новые методы синхронизации пространственно разделенных часов [14, 15].

3.3. Приложения к физике квантовой информации

В отличие от метрологических применений приложения запутанных состояний в области квантовых компьютеров и квантовых вычислений (см. курс лекций [12], обзор [13] или монографию [26]) до сих пор воспринимаются многими как неосуществимая мечта. Действительно, попытки построения полноценных квантовых компьютеров, позволяющих реализовать преимущества квантовых алгоритмов над классическими, вряд ли увенчаются успехом в ближайшее десятилетие. Однако огромный прогресс, достигнутый в этой области за последние несколько лет, позволяет надеяться, что в конце концов проблема будет решена.

Строго говоря, квантовые вычисления нельзя назвать приложением запутанных состояний, так как запутанность не является абсолютно необходимой для проведения квантовых вычислений. Просто в ходе выполнения практически любого квантового алгоритма на полноценном квантовом компьютере как бы мимоходом создают очень сложные запутанные состояния квантовых регистров памяти — кубитов (qubits). Даже в результате проведения простейшей квантовой операции "контролируемого НЕ" (controlled NOT или CNOT) над суперпозиционным состоянием контрольного кубита создается запутанное состояние двух кубитов. Тесная взаимосвязь способов проведения квантовых логических операций и методов получения запутанных состояний приводит к тому, что с экспериментальной точки зрения они обычно легко трансформируются друг в друга (см., например, [86, 87]).

Однако огромное значение запутанных состояний для квантовых вычислений имеет и другую причину. Дело в том, что без использования запутанных состояний невозможно добиться ускорения квантовых алгоритмов по

сравнению с классическими. Это было строго показано в случаях квантового алгоритма Шора для разложения заданного числа на простые множители [88] и алгоритма Гровера для поиска в несортированной базе данных [89], которые являются наиболее серьезными из известных приложений квантовых компьютеров. Можно ожидать, что подобное утверждение справедливо и для других квантовых алгоритмов. Таким образом, тезис о том, что использование запутанных состояний является ключевым фактором, определяющим преимущества квантовых компьютеров над классическими, представляется весьма обоснованным.

Здесь уместно упомянуть о так называемых псевдо-чистых состояниях кубитов, используемых в квантовых компьютерах, основанных на методах ядерного магнитного резонанса [31]. Псевдочистое состояние, соответствующее чистому состоянию $|\psi_{\text{pure}}\rangle$, имеет вид

$$\hat{\rho}_{\text{ps. pure}} = \frac{1-\epsilon}{N} \hat{1} + \epsilon |\psi_{\text{pure}}\rangle \langle \psi_{\text{pure}}|,$$

где N — размерность рассматриваемой квантовой системы, $\hat{1}$ — единичная матрица, а параметр $\epsilon \ll 1$. Использование именно таких состояний обусловлено тем, что системы ядерных спинов при достижимых лабораторных температурах являются очень "горячими", ведь температура, соответствующая характерным переходам этой системы, составляет менее милликельвина. Охладить используемые органические молекулы до столь низких температур для получения чистых квантовых состояний пока технически невозможно.

Псевдозапутанные состояния, соответствующие чистым запутанным состояниям $|\psi_{\text{pure}}\rangle$, очень близки к максимально случайным состояниям $\hat{1}/N$, которые не только являются сепарабельными, но и вообще не несут в себе каких-либо (в том числе и классических) корреляций⁵. При $\epsilon \ll 1$ (в текущих экспериментах $\epsilon \sim 10^{-6}$) любые псевдозапутанные состояния (см., например, [90]) тоже являются сепарабельными. Таким образом, они не несут в себе квантовых корреляций и могут быть описаны чисто классическими распределениями вероятностей [91]. Из сказанного ранее тогда следует, что эта наиболее развитая на данный момент техника квантовых вычислений никогда не сможет реализовать преимущества квантовых алгоритмов над классическими и останется лишь модельной демонстрацией возможностей когерентной манипуляции квантовыми состояниями.

Парадокс ситуации состоит в том, что запутанные квантовые состояния не только позволяют "взламывать" широко используемую сейчас систему шифрования с открытым ключом RSA при помощи алгоритма Шора [12], но и предоставляют возможности для создания новых методов квантовой криптографии, претендующих на абсолютную безопасность [92, 93]. Правда, под абсолютной безопасностью подразумевается лишь универсальная возможность детектирования любого подслушивания. Такая возможность обусловлена тем, что квантовые биты (кубиты), в отличие от классических, нельзя копировать [94], так как любое измерение квантового состояния неизбежно изменяет само измеряемое

⁵ Во избежание недоразумений подчеркнем, что в отличие от (9) матрица $\hat{1}/N$ описывает состояние всей квантовой системы, а не какой-либо ее части.

состояние. В результате попытка подслушивания в протоколах квантовой криптографии никогда не может пройти незамеченной. Отметим, что не все протоколы квантовой криптографии основаны на использовании запутанных состояний [11], однако протоколы с использованием запутанных состояний обладают рядом преимуществ [95].

Первый метод квантовой криптографии был предложен еще в 1982 г. [96], так что эта область физики квантовой информации на данный момент является наиболее зрелой и развитой. После публикации серии статей, сообщающих об экспериментальной реализации методов квантовой криптографии с помощью различных запутанных состояний фотонов [97–99], стало даже принято говорить, что квантовая криптография достигла уровня коммерческого использования.

Еще одной областью физики квантовой информации, где запутанные состояния играют ключевую роль, является *квантовая теория информации*. Под последней в данном случае подразумеваются различные обобщения классической теории информации [100] на квантовый случай и прежде всего проблема емкости квантовых информационных каналов, в которой можно выделить по меньшей мере два аспекта. Во-первых, речь может идти о емкости квантовых каналов по отношению к передаче классической информации, когда классические сообщения записываются квантовыми состояниями носителей (например, двухуровневых систем, т.е. кубитов). Однако вследствие специфических свойств квантового измерения записанная информация далеко не всегда может быть целиком считана обратно, даже если информационный канал не вносит никаких шумов в передаваемое сообщение.

Фундаментальная теорема о емкости информационных каналов по отношению к классическим сообщениям сравнительно недавно была доказана в [101] и обобщена в [102]. Для нас интересно отметить, что оптимальная емкость достигается в этом случае при использовании *коллективных (запутанных) измерений* на выходе информационного канала, т.е. измерений, которые нельзя представить в виде тензорного произведения измерений отдельных кубитов, передаваемых через канал.

Во-вторых, можно рассматривать вопрос об истинно квантовой емкости информационных каналов, т.е. об их способности передавать без искажений целые *квантовые состояния* — собственно квантовую информацию (см. обзор [103]). При этом передаваемые состояния должны сохранять после передачи по каналу их возможную скоррелированность с другими системами, т.е. их запутанность [104]. Последнее обстоятельство становится особенно важным в свете обсуждаемых в данном разделе приложений запутанных состояний: если кто-либо имеет возможность производить запутанные состояния, то именно квантовые каналы могут обеспечить пространственное или временное распределение этого ресурса.

К сожалению, для случая передачи квантовых состояний по квантовым каналам до сих пор не найдено столь же мощных теорем, как в случае передачи классических сообщений. В последнее время в этой области достигнут определенный прогресс, связанный с введением понятия когерентной информации [105–107] и разработкой методов ее расчета для различных физических систем [108], но до окончательного прояснения поставленного вопроса еще очень далеко.

В связи с проблемой квантовых информационных каналов следует упомянуть о так называемой *квантовой телепортации*. По своей физической сути квантовая телепортация является переносом квантового состояния с одного физического объекта на другой без прямого взаимодействия между ними [109]. Для осуществления такого переноса необходимо заранее подготовленное запутанное квантовое состояние (например, ЭПР-пара), а также обычный классический канал, позволяющий передавать классические сообщения. На определенном этапе процедуры квантовой телепортации ключевая информация о телепортируемом состоянии оказывается зашифрованной в классическом сообщении, передаваемом по обычному классическому информационному каналу. Используя эту информацию (два классических бита на один телепортируемый кубит), на последнем этапе можно восстановить исходное квантовое состояние, подлежащее телепортации. Этим и объясняется аналогия между квантовой телепортацией и телепортацией, известной из произведений писателей-фантастов. Явление квантовой телепортации к настоящему времени продемонстрировано для различных состояний электромагнитного поля в нескольких экспериментах [110–113].

С точки же зрения квантовой теории информации квантовая телепортация является бесшумным квантовым каналом, позволяющим идеально передавать кубиты (квантовую информацию) от одной физической системы к другой. Взаимосвязь квантовой телепортации с квантовой теорией информации позволила доказать многие важные теоремы о квантовой емкости информационных каналов с помощью мысленных экспериментов, в которых используются протоколы квантовой телепортации [39]. Отметим также, что своеобразный антипод квантовой телепортации — *плотное квантовое кодирование* [114, 115] — позволяет передавать большее количество классической информации через квантовый канал при наличии заранее подготовленного запутанного состояния.

Другим интересным обобщением квантовой телепортации является *перенос запутанности* (entanglement swapping) [116], цель которого создать запутанное состояние двух частиц без прямого взаимодействия между ними — путем специальных манипуляций над квантовыми корреляциями, уже существующими в системе. Таким образом, перенос запутанности близок к идее "телепортации запутанности", но все же его следует отличать от прямой телепортации запутанных состояний (см., например, [117–119]). Перенос запутанности уже реализован экспериментально для поляризационных состояний фотонов [120].

Наконец, наиболее спекулятивным представляется применение запутанных состояний в *квантовых обобщениях теории игр* [121]. Как и в случае квантовых вычислений, расширение класса допустимых физических операций с классического до квантового позволяет решать задачи, недоступные классическим подходам. В частности, использование квантовых игровых стратегий позволяет достигнуть равновесия Нэша в определенных классах игр [122]. Например, известная дилемма узника может быть разрешена с помощью квантовой стратегии, основанной на применении запутанных состояний [123]. Вопрос о практической значимости такого рода игр пока остается без ответа, но на нынешнем этапе исследователям достаточно фундаментального интереса к

подобным квантовым обобщениям различных классических областей науки.

4. Запутанные состояния ионов

Изложенные в разделе 3 приложения запутанных состояний позволяют судить о запутанности как о своеобразном квантовом ресурсе. Особенно актуальным тогда становится вопрос о производстве этого ресурса, т.е. о методах создания запутанных состояний. Этой теме посвящены последующие разделы обзора. Ниже мы рассмотрим наиболее развитую на сегодняшний день экспериментальную технику, основанную на использовании метастабильных внутренних состояний ионов, захваченных в ионной радиочастотной ловушке линейной конфигурации.

4.1. Внутренние состояния ионов и атомов как носители квантовой информации

В современных экспериментах по атомной физике наиболее популярными объектами исследований являются, пожалуй, атомы щелочных металлов (Na, K, Rb, Cs), а также изоэлектронные им ионы щелочноземельных металлов (Be^+ , Ca^+ и т.д.) [124]. Это связано прежде всего с относительной простотой спектров таких атомов и ионов: на внешней электронной оболочке у них находится лишь один s -электрон, так что их спектры в большинстве случаев остаются одноэлектронными. Атомы и ионы щелочных и щелочноземельных металлов оказались весьма удобными и для приложений в области физики квантовой информации, так как подуровни сверхтонкого расщепления их основного состояния $^2S_{1/2}$ предоставляют почти идеальные условия для долговременного хранения квантовой информации.

Рассмотрим для определенности ион $^9\text{Be}^+$, который использовался во всех экспериментах, проведенных в Национальном институте стандартов и технологий (Боулдер, США); см. обзор [125]. В этих экспериментах внутреннее состояние каждого иона $^9\text{Be}^+$ реализовывало элементарный квантовый регистр памяти — кубит, двухуровневая квантовая система которого была образована состояниями

$$|\downarrow\rangle = ^2S_{1/2}|F=2, M_F=2\rangle, \quad |\uparrow\rangle = ^2S_{1/2}|F=1, M_F=1\rangle.$$

Здесь F — полный угловой момент атома (включающий спин ядра), M_F — его проекция на ось квантования, совпадающую с направлением приложенного слабого магнитного поля (рис. 2). Частота перехода между уровнями $|\downarrow\rangle$ и $|\uparrow\rangle$ составляла $\omega_{\uparrow\downarrow} \approx 1,25$ ГГц, а время жизни когерентности на соответствующем переходе в отдельных экспериментах превышало 10 мин [125].

Помимо долгого времени жизни, для регистров памяти необходима возможность инициализации (т.е. приведения их в некоторое определенное начальное состояние), а также записи и считывания информации. Как оказалось, для описанных выше квантовых битов все эти операции могут производиться с помощью лазерных импульсов.

Для инициализации кубита удобно использовать стандартную технику оптической накачки [126]. Для этого лазером возбуждается переход, соединяющий одно из состояний кубита с каким-нибудь вышележащим уровнем. Пусть для определенности это будет переход

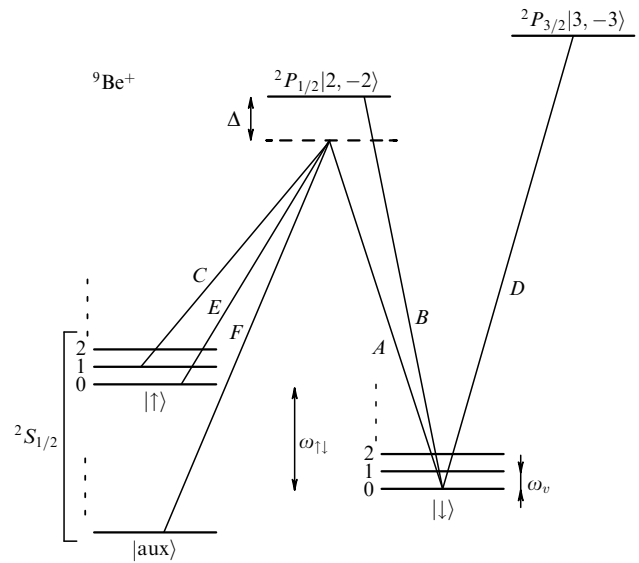


Рис. 2. Энергетические уровни иона $^9\text{Be}^+$, захваченного в ионной ловушке, и переходы, используемые в экспериментах (см. подробности в тексте).

$|\downarrow\rangle \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ (переход B на рис. 2). Если атом находился в состоянии $|\uparrow\rangle$, то с ним ничего не происходит. Если же атом находился в состоянии $|\downarrow\rangle$, на которое воздействует приложенное поле, он начнет совершать переходы между начальным состоянием $|\downarrow\rangle$ и вышележащим состоянием $^2P_{1/2}$. Однако в результате того, что состояние $^2P_{1/2}$ иногда распадается не обратно в состояние $|\downarrow\rangle$, а в противоположное состояние кубита $|\uparrow\rangle$, атом в конце концов оказывается в состоянии $|\uparrow\rangle$ и в дальнейшем там остается. Таким образом, независимо от начального состояния атома, его всегда можно приготовить в состоянии $|\uparrow\rangle$, необходимом для проведения дальнейших экспериментов. В реальных экспериментах оптическую накачку обычно осуществляют, подбирая особым образом конфигурацию охлаждающих лазеров.

Запись квантовой информации в ионный кубит, т.е. приведение его в произвольное суперпозиционное состояние $|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$, осуществляется с помощью рамановских импульсов. Для этого переходы $^2P_{1/2} \leftrightarrow |\uparrow\rangle$ и $^2P_{1/2} \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ нерезонансно возбуждаются бигармоническим лазерным полем так, что отстройка Δ компонент лазерного поля от соответствующих переходов одинакова, т.е. выполняется условие комбинационного резонанса (комбинационный переход A на рис. 2). Лазерное поле возбуждает когерентные осцилляции населенности (осцилляции Раби) между уровнями кубита $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, причем верхний уровень $^2P_{1/2}$ остается в такой ситуации практически незаселенным [127]. Подбирая необходимую отстройку, длительность, фазу и интенсивность импульса, можно создать произвольное суперпозиционное состояние кубита $|\psi\rangle$.

Наконец, считывание информации из квантового регистра отдельного иона производится путем измерения его состояния в исходном базисе состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$. Такое измерение с большой эффективностью может производиться посредством детектирования резонансной флуоресценции на так называемых циклических переходах, каковым в случае иона $^9\text{Be}^+$ является переход $^2P_{3/2} \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ (переход D на рис. 2). Циклическость этого

перехода заключается в том, что благодаря правилам отбора верхний уровень ${}^2P_{3/2}$ может распадаться только обратно на уровень $|\downarrow\rangle$. Если в ходе измерения состояние иона $|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ проецируется на состояние $|\downarrow\rangle$, атом начинает совершать циклические переходы ${}^2P_{3/2} \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ и резонансно рассеивать порядка 10^6 фотонов в секунду, часть которых регистрируется фотодетектором. Если же исходное состояние иона проецируется на состояние $|\uparrow\rangle$, то с ним ничего не происходит и резонансная флуоресценция не излучается. Следовательно, наличие или отсутствие резонансной флуоресценции, регистрируемой фотодетектором, свидетельствует о состоянии, в котором оказывается ион после измерения. Реальная точность такого метода измерения состояний кубита достигает в экспериментах 90 % [125].

Рассмотренные выше особенности инициирования кубитов, а также записи и считывания квантовой информации практически без изменений переносятся на случаи других ионов щелочноземельных металлов и нейтральных атомов щелочных металлов.

4.2. Ионы в радиочастотных ионных ловушках

С точки зрения экспериментов в области физики квантовой информации, все описанные в разделе 4.1 преимущества кубитов, реализованных на ионах щелочноземельных металлов, становятся существенными, если кубиты индивидуально адресуемы, т.е. если ионы неподвижны в пространстве, причем соседние ионы находятся на расстоянии, не меньшем длины волны используемых оптических переходов (около 0,5 мкм). Только в этом случае квантовая информация может быть записана и считана из нужного иона без возмущения остальных.

Как оказалось, именно такая пространственная конфигурация ионов может быть реализована в современных ионных радиочастотных ловушках. Благодаря ненулевому заряду ионы эффективно взаимодействуют с внешними электрическими полями. Однако теорема Ирншоу запрещает захват заряженных частиц в электростатическом потенциале в вакууме. Поэтому в ионных радиочастотных ловушках, помимо статического электрического поля, применяется радиочастотное квадрупольное электромагнитное поле. Радиочастотные ионные ловушки иногда называют по имени изобретателя "ловушками Пауля" [128].

При определенных условиях эффективный потенциал, который ионы "чувствуют" в радиочастотной ловушке, является гармоническим во всех трех измерениях. Глубина потенциальной ямы ионной ловушки и, следовательно, начальная энергия ионов, захватываемых в этот потенциал, составляет по порядку величины 1 эВ, и для того чтобы упорядочить пространственное распределение ионов, их приходится охлаждать различными лазерными методами до низких температур ($T < 1$ К) [129].

При температурах, удовлетворяющих условию $T < e^2/150k_B d$, где e — заряд электрона (иона), k_B — постоянная Больцмана и d — характерные размеры ионной ловушки, ионы выстраиваются в жесткую пространственную конфигурацию, называемую кулоновским кристаллом [130]. Например, для $d \approx 10$ мкм температура такого своеобразного фазового перехода составляет около 10 мК. В результате совместного воздействия эффективного центрального потенциала

ловушки и отталкивающего кулоновского потенциала, возникающего между положительно заряженными ионами, ионы принимают определенные равновесные положения относительно друг друга и в дальнейшем лишь совершают небольшие колебания около этих положений равновесия.

В случае, когда эффективный гармонический потенциал ионной ловушки возрастает в каком-либо направлении от центра ловушки гораздо медленнее, чем в остальных направлениях, кулоновский кристалл принимает форму линейной цепочки, выстроенной в направлении наибольшей "мягкости" эффективного потенциала (рис. 3). Именно такая конфигурация ионов наиболее благоприятна для индивидуальной адресации. Например, в эксперименте [131] расстояние между соседними ионами в цепочке превышало 5 мкм. В таких условиях лазерный луч может быть сфокусирован на любом ионе цепочки так, что вероятность возбуждения остальных ионов составит менее 1 %. Таким образом, внутренним состоянием каждого отдельного иона в цепочке можно эффективно управлять с помощью лазерных импульсов, как это описано в разделе 4.1.

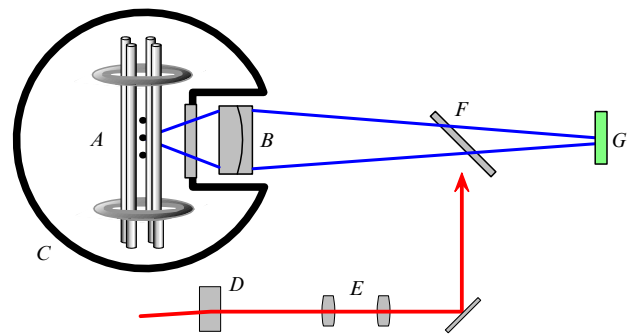


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для проведения операций над ионами, захваченными в ловушке Пауля: A — линейная радиочастотная ловушка (Пауля) с цепочкой захваченных ионов; B — оптика для фокусирования лазерного поля на отдельных ионах и сбора флуоресценции; C — вакуумная камера; D — акустооптический дефлектор, наводящий сфокусированный лазерный пучок на нужный ион; E — телескоп; F — полупрозрачное зеркало; G — фотодетектор для регистрации флуоресценции ионов. Адаптировано из [131].

Однако никакие манипуляции над отдельными ионами не могут создать запутанного состояния ионов в ловушке. Для создания любых корреляций (в том числе и квантовых) необходимо взаимодействие, в качестве которого в ионных ловушках может выступать отталкивающее кулоновское взаимодействие между положительно заряженными ионами. В кулоновских кристаллах оно приводит к возникновению коллективных мод колебаний ионов около положений равновесия. Например, самая низкочастотная нормальная мода колебаний соответствует ситуации, когда все ионы трансляционно смещаются в одну и ту же сторону от своих положений равновесия. Эта мода получила название моды центра масс — *СОМ-моды* (center-of-mass mode), так как ее описание эквивалентно описанию колебаний центра масс кулоновского кристалла в эффективном потенциале ловушки. В зависимости от используемого иона и параметров ловушки частота СОМ-моды может варьироваться от 100 кГц до 10 МГц.

Для того чтобы применять нормальные колебательные моды, возникающие в результате кулоновского взаимодействия между ионами, к созданию запутанных состояний и другим экспериментам в области физики квантовой информации, колебания необходимо охладить до основных квантовых состояний, в которых отсутствуют фононы колебательного возбуждения. В этих целях ионы предварительно охлаждают методами доплеровского охлаждения, а затем прибегают к технике охлаждения на боковых колебательных полосах (side-band cooling) [132]. В последнем случае захваченные ионы облучают лазером, отстроенным от частоты какого-нибудь дипольного перехода в длинноволновую сторону как раз на частоту охлаждаемой колебательной моды. Следовательно, после возбуждения на вышележащий уровень и последующего обратного релаксационного распада, число фононов в охлаждаемой моде уменьшается на единицу. После большого числа переходов колебательная мода лишается практически всех своих фононов. В результате такого охлаждения достигается максимальная локализация ионов около соответствующих положений равновесия. Отметим, что охлаждение высокочастотных колебательных мод менее существенно, так как при той же температуре число фононов в этих модах и, соответственно, амплитуда колебаний ниже.

Техника охлаждения на боковых колебательных полосах может быть применена только в пределе Лэмба–Дике: $\eta = k\Delta z \ll 1$, где Δz — максимальная амплитуда колебаний ионов вокруг положений равновесия, k — проекция волнового вектора лазерного луча на ось цепочки захваченных ионов. Только в этом случае боковые колебательные полосы, относящиеся к различным нормальным колебательным модам, не смешиваются в спектрах возбуждения.

Взаимодействие между внутренними степенями свободы ионов, квантовым осциллятором выделенной колебательной моды и бигармоническим лазерным полем, отстроенным от точного комбинационного резонанса на частоту такой моды, описывается моделью Джейнса–Каммингса [125]:

$$\hat{H}_I = \hbar\eta\Omega(\hat{S}_+\hat{a} + \hat{S}_-\hat{a}^\dagger). \quad (16)$$

Здесь η — параметр Лэмба–Дике, Ω — эффективная частота Раби возбуждаемого комбинационного перехода, \hat{S}_\pm — операторы переходов между внутренними состояниями $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, \hat{a}^\dagger и \hat{a} — операторы создания и уничтожения фононов в используемой колебательной моде.

Однако основной интерес к охлаждению нормальных колебательных мод в ионной ловушке связан с тем, что оно необходимо для реализации схемы проведения квантовых вычислений в ионных ловушках, предложенной И. Сираком и П. Цоллером в 1995 г. [133] и ставшей одним из самых известных прототипов квантового компьютера. В этой схеме одна из нормальных колебательных мод захваченных ионов, охлажденная до основного квантового состояния, служит в качестве своеобразной компьютерной шины, которая передает квантовую информацию между отдельными ионами.

Рассмотрим процесс охлаждения колебательной моды на примере ионов ${}^9\text{Be}^+$, захваченных в ионной ловушке. С учетом уровней колебательной энергии

выделенной моды (обычно СОМ-моды) подуровни основного состояния $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ расщепляются на множество уровней, отстоящих друг от друга на энергию колебательных фононов $\hbar\omega_v$ (см. рис. 2). В эксперименте [134] колебательная частота СОМ-моды составляла $\omega_v/2\pi \approx 11$ МГц, так что отдельные колебательные уровни хорошо разрешались в комбинационных спектрах возбуждения [125].

Если рассматривать однократное возбуждение колебательной моды, то основное состояние колебательной моды $|0\rangle$ и состояние с одним фононом возбуждения $|1\rangle$ образуют двухуровневую систему — еще один кубит в дополнение к образованному внутренними состояниями $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$. В системе из одного иона, но двух кубитов уже можно производить двухкубитные квантовые логические операции. Самую простую можно реализовать, прикладывая рамановский 2π -импульс к комбинационному переходу между уровнем $|1\rangle|\uparrow\rangle$ и некоторым нижележащим вспомогательным уровнем $|0\rangle|\text{aux}\rangle$ (комбинационный переход CF на рис. 2). Действие 2π -импульса, как известно, сводится к тому, что состояния, к которым прикладывается импульс, приобретают дополнительную фазу π , но амплитудные коэффициенты волновой функции остаются неизменными. Следовательно, в системе двух кубитов, образованной состояниями $|0\rangle|\downarrow\rangle$, $|1\rangle|\downarrow\rangle$, $|0\rangle|\uparrow\rangle$ и $|1\rangle|\uparrow\rangle$, состояние $|1\rangle|\uparrow\rangle$ изменит знак на противоположный, а остальные состояния никак не изменятся.

Таким образом, в данной схеме реализуется *условная динамика* — ситуация, когда динамика одного кубита зависит от состояния другого. Можно показать, что наличие условной динамики в системе и возможность производить произвольные унитарные операции над отдельными кубитами достаточны для выполнения произвольных квантовых алгоритмов [86]. В частности, дополняя описанную операцию контролируемого набега фазы двумя рамановскими $\pi/2$ -импульсами с разностью частот $\omega_{\uparrow\downarrow}$ (т.е. находящимися в комбинационном резонансе с переходами $|n\rangle|\uparrow\rangle \leftrightarrow |n\rangle|\downarrow\rangle$), можно произвести основную квантовую логическую операцию "контролируемого НЕ" (CNOT) [134].

В рассмотренной выше схеме условная динамика и логические операции производились в системе, образованной кубитом внутренних состояний одного иона ${}^9\text{Be}^+$ (состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$) и кубитом первых двух фоковских состояний квантового осциллятора, соответствующего СОМ-моды коллективных колебаний ионов в ловушке. Однако для реальных приложений интерес представляет условная динамика в системе кубитов, образованных внутренними состояниями двух и более ионов.

Для того чтобы произвести квантовые логические операции над кубитами внутренних состояний двух произвольных ионов, захваченных в ловушке, необходимо выполнить последовательность действий [133]. Сначала внутреннее состояние одного из ионов переносят на кубит колебательной СОМ-моды (при этом фононная мода должна изначально находиться в основном квантовом состоянии). В этих целях к переходу $|0\rangle|\downarrow\rangle \leftrightarrow |1\rangle|\uparrow\rangle$ (комбинационный переход AC на рис. 2) первого иона прикладывают рамановский π -импульс (рис. 4а). В результате колебательный кубит и кубит, образованный внутренними состояниями первого иона, обмениваются своими квантовыми состояниями, что соответствует известному свойству гамильтонианов

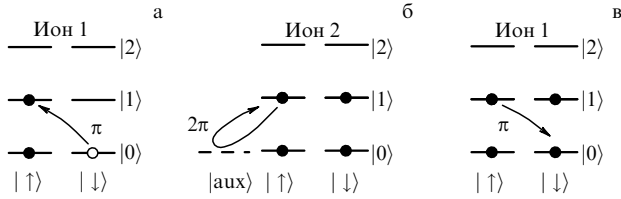


Рис. 4. Схема реализации условной динамики в системе двух ионов с помощью фотона общей колебательной моды (см. подробности в тексте).

взаимодействия вида (16). Затем производят условную динамику в системе колебательного кубита и кубита внутренних состояний второго иона, как описано выше (рис. 4б).

Наконец, осуществляют обратный обмен квантовыми состояниями между колебательным кубитом и кубитом, образованным внутренним состоянием первого иона (рис. 4в). При этом конечное состояние колебательного кубита, возникшее на этапе условной динамики, переносится обратно на внутреннее состояние первого иона, а колебательная мода возвращается в основное квантовое состояние. Важно, что колебательная СОМ-мода является общей для всех ионов ловушки, т.е. все ионы имеют доступ к одному и тому же колебательному кубиту. Тем самым СОМ-мода действительно выполняет роль шины, посредством которой произвольные ионы, захваченные в ловушке, могут когерентно взаимодействовать друг с другом, т.е. обмениваться квантовой информацией.

Заметим, что последовательно производя квантовые логические операции над колебательным кубитом и кубитами, образованными внутренними состояниями захваченных ионов, можно создавать произвольные запутанные состояния внутренних состояний ионов. Существенно, что данная процедура является полностью детерминистской (в ней нет операций со случайным исходом) и в результате возникают очень стабильные запутанные состояния ионов. Стабильность этих состояний определяется тем, что внутренние состояния ионов $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ маловосприимчивы ко всем шумам, присутствующим в ионной ловушке [125].

4.3. Эксперименты в области физики квантовой информации

Ведущие позиции в экспериментах с ионами в ионных ловушках вот уже много лет удерживает группа Д. Уайнлэнда и сотрудников из Национального института стандартов и технологии (Боулдер, США). К настоящему моменту этой группой реализовано уже несколько экспериментов в области физики квантовой информации.

Почти сразу же после появления схемы квантового компьютера [133] группой Уайнлэнда был поставлен эксперимент [134], в котором была реализована квантовая логическая операция CNOT в системе колебательного кубита и кубита внутренних состояний захваченного иона, описанная в разделе 4.2. Правда, в ионной ловушке был захвачен всего один ион, так что этот эксперимент иллюстрировал лишь возможность реализации схемы квантовых вычислений, предложенной Сираком и Цоллером [133].

Проведение полноценных квантовых логических операций в системе, состоящей хотя бы из двух ионов, натолкнулось на серьезные трудности. Во-первых, в рассматриваемой ловушке ионы можно было захватить и охладить в основное состояние лишь на расстояниях, не превышающих 2 мкм. При таких расстояниях между ионами сфокусировать лазерный луч на одном ионе, не возбуждая другой, не представлялось возможным. Ослаблением эффективного потенциала ловушки, конечно, можно было увеличить расстояние между ионами в ловушке, но в этом случае частота СОМ-моды становилась меньше ширины рабочих дипольных переходов. В этой ситуации боковые колебательные линии сливаются с основной линией дипольного перехода в спектре возбуждения, вследствие чего становится невозможным применять технику охлаждения на боковых колебательных полосах для приведения СОМ-моды в основное квантовое состояние.

Во-вторых, в экспериментах наблюдалось аномально быстрое нагревание колебательных мод осциллятора при выключенном охлаждении. В частности, СОМ-мода существенно нагревалась из основного состояния за время 1 мс, что на несколько порядков меньше теоретического значения (500 с). Причины столь быстрого нагрева до сих пор не ясны [125].

Ограничиваясь одним ионом, в следующем эксперименте [79] Уайнлэнд и сотрудники создали состояние типа шрёдингеровского кота, а именно суперпозицию двух когерентных состояний квантового осциллятора, описывающего колебания захваченного иона около положения равновесия. Сначала колебания иона в ловушке охлаждались до основного состояния, а внутреннее состояние иона приводилось в суперпозицию $|\psi_{\pi/2}\rangle = (1/\sqrt{2})(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$ с помощью резонансного рамановского $\pi/2$ -импульса. Затем посредством комбинационного возбуждения на коротковолновой боковой колебательной полосе, соответствующей переходам $|n\rangle|\uparrow\rangle \leftrightarrow |n+1\rangle|\uparrow\rangle$ (например, комбинационному переходу ЕС на рис. 2), колебания иона последовательно раскачивались для каждого внутреннего состояния атома по отдельности.

В результате получалось запутанное состояние внутренних и колебательных степеней свободы иона

$$|\psi_{\text{ent}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha \exp(-i\varphi/2)\rangle|\uparrow\rangle + |\alpha \exp(i\varphi/2)\rangle|\downarrow\rangle], \quad (17)$$

где $|\alpha \exp(-i\varphi/2)\rangle$ и $|\alpha \exp(i\varphi/2)\rangle$ — когерентные состояния [148] колебаний иона в ловушке, соответствующие различным внутренним состояниям иона и различающиеся значениями $-\varphi/2$ и $\varphi/2$ фазы колебаний. Для наблюдения интерференции когерентных состояний к системе прикладывался еще один резонансный $\pi/2$ -импульс, который переводил систему в состояние

$$|\psi_{\text{ent}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|S_+\rangle|\uparrow\rangle - i|S_-\rangle|\downarrow\rangle). \quad (18)$$

Здесь

$$|S_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha \exp(i\varphi/2)\rangle \pm |\alpha \exp(-i\varphi/2)\rangle] \quad (19)$$

— суперпозиции различных когерентных состояний квантового осциллятора.

При детектировании резонансной флуоресценции на циклическом переходе $|\downarrow\rangle \leftrightarrow {}^2P_{3/2}$ в графике зависимости населенности P_1 состояния $|\downarrow\rangle$ от разницы в фазе φ наблюдались характерные интерференционные пики (рис. 5). Заметим, что в случае $\varphi = \pi$ создавались когерентные суперпозиции состояний иона, отвечающих противофазным колебаниям иона с амплитудой до 80 нм. Учитывая, что пространственные размеры соответствующих волновых пакетов не превышали 10 нм, в этом эксперименте можно было действительно говорить о создании когерентной суперпозиции различных квазиклассических состояний квантового осциллятора.

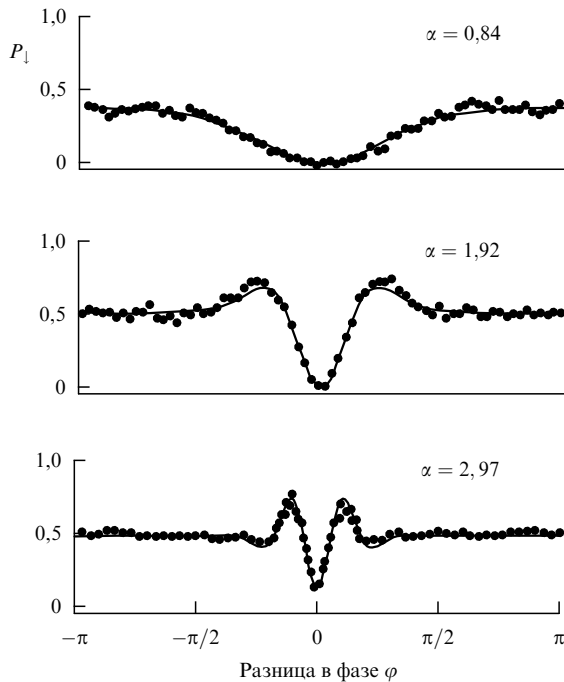


Рис. 5. Зависимость населенности детектируемого уровня $P_1 = \frac{1}{4} |\alpha \exp(i\varphi/2) - \alpha \exp(-i\varphi/2)|^2$ от разницы в фазе φ для различных амплитуд α интерферирующих когерентных состояний. Адаптировано из [79].

Следующим экспериментом группы Уайнлэнда стало детерминистское создание запутанного состояния двух ионов [19]. Для того чтобы исключить проблему индивидуальной адресации, авторы использовали схему дифференциального возбуждения комбинационных переходов, т.е. переходы на боковой колебательной линии возбуждались в обоих ионах, но с разными эффективными частотами Раби. Если, например, эффективные частоты Раби, действующие на ионы, различаются в два раза, то к одному из них можно приложить π -импульс, в то время как к другому — 2π -импульс, что практически эквивалентно воздействию π -импульса на первый ион.

Сдвигая атомы вдоль оси ионной ловушки, можно было изменять эффективные частоты Раби, действующие на отдельные ионы. Подбор оптимальных значений параметров позволял создавать запутанное состояние двух ионов:

$$|\psi_2\rangle = \frac{3}{5} |\uparrow\downarrow\rangle - \frac{4}{5} |\downarrow\uparrow\rangle, \quad (20)$$

которое является хорошим приближением ЭПР-состояния (1) (согласно мере (10) степень запутанности чистого состояния $|\psi_2\rangle$ составляет $\mathcal{E}(|\psi_2\rangle) \approx 0,94$).

Вместо СОМ-моды в эксперименте [19] использовалась *растяжная мода* (stretch mode) колебаний, соответствующая ситуации, когда цепочка ионов периодическим образом равномерно растягивается и сжимается. Предпочтение было отдано именно этой моде, так как ее удалось лучше охладить (вероятность нахождения в основном колебательном состоянии составляла 99 % против 95 % в случае СОМ-моды) и нагревалась она гораздо медленнее, чем СОМ-мода.

Для проверки того, что в экспериментах действительно создавалось состояние (20), использовалось свойство инвариантности ЭПР-состояния относительно вращений системы координат или одновременного вращения квазиспинов обоих ионов, описываемых внутренними состояниями $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ ⁶. Прикладывая одинаковые рамановские импульсы к обоим ионам, можно было поворачивать квазиспины ионов на один и тот же угол, после чего регистрировать суммарную резонансную флуоресценцию на циклических переходах ${}^2P_{3/2} \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ обоих ионов. При этом только в случае ЭПР-состояния (или близкого к нему состояния (20)) средняя интенсивность детектируемой флуоресценции не зависит от длительности прикладываемых импульсов.

Анализируя полученные экспериментальные зависимости интенсивности суммарной флуоресценции от длительности прикладываемых импульсов, авторы рассчитали, что надежность создания искомого запутанного состояния (т.е. его реальная заселенность в экспериментах) составляет примерно 70 %. Несовершенство экспериментальной процедуры объяснялось флуктуациями интенсивностей лазеров и ненулевой заселенностью возбужденных уровней растяжной моды [19].

Наконец, в эксперименте [77] группы Уайнлэнда создавалось запутанное состояние четырех ионов вида

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + i|\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\rangle). \quad (21)$$

Авторы использовали принципиально новый метод получения запутанных состояний, предложенный Соренсенем и Молмером [136]. Согласно этому методу ко всем ионам одновременно прикладываются два рамановских импульса, которые лишь виртуально возбуждают уровни используемой колебательной моды. В такой ситуации нагрев колебательной моды и ее неполное предварительное охлаждение становится несущественным.

Однако экспериментально достичь идеального состояния $|\psi_4\rangle$ все же не удалось. Реально создавалось лишь смешанное состояние

$$\rho_{\text{exp}} = 0,13|\psi_4\rangle\langle\psi_4| + 0,87\rho_R, \quad (22)$$

где ρ_R — смесь приводимых состояний, т.е. состояний, которые можно представить в виде тензорного произведения различных одно-, двух- и трехчастичных состояний

⁶ Отметим, что характеристика создаваемых в экспериментах запутанных состояний представляет собой отдельную проблему, к которой лишь недавно было привлечено внимание теоретиков [60, 135].

и которые, таким образом, не имели действительной четырехчастичной запутанности (см. раздел 2.3). Тем не менее, как видно из (22), экспериментально созданное состояние все же содержало в себе существенную долю неприводимого четырехчастичного запутанного состояния $|\psi_4\rangle$. По мнению авторов, несовершенство экспериментальной техники, скорее всего, было вызвано флуктуациями интенсивности используемых лазерных полей.

Дальнейшему развитию экспериментов группы Уайнлэнда препятствуют главным образом две упомянутые технические проблемы: флуктуации интенсивности лазерных полей и аномально быстрый нагрев колебательных мод захваченных ионов. В настоящее время авторы активно работают над решением этих проблем [77, 137]. Наиболее непонятная и неприятная проблема аномального нагрева, по-видимому, может быть решена путем использования ловушки больших размеров или захвата в ловушку ионов двух различных видов и непрерывного охлаждения колебательных состояний с помощью механизма симпатического охлаждения [138].

Попытки реализовать квантовые логические операции в радиочастотных линейных ионных ловушках сейчас предпринимаются многими исследователями по всему миру, но, помимо группы Уайнлэнда, существенных результатов пока добились лишь Р. Блатт и сотрудники из Инсбрукского университета (Инсбрук, Австрия). В экспериментах этих авторов используются ионы $^{40}\text{Ca}^+$, обладающие тем преимуществом, что все необходимые частоты переходов могут быть относительно легко возбуждены с помощью полупроводниковых и твердотельных лазеров [131]. Кроме того, в созданной ими установке не наблюдается аномально быстрого нагрева колебательных состояний, благодаря чему в одном из последних экспериментов удалось достичь 99,9%-ной заселенности основного колебательного состояния [139].

Более того, используя методы охлаждения, основанные на явлении электромагнитно-индуцированной прозрачности [140], Блатт и сотрудники смогли одновременно охладить до основного состояния две колебательные моды. Поскольку охлаждение на боковых колебательных полосах в этом случае не использовалось, требование разрешения колебательных полос в спектрах возбуждения было снято. Это позволило уменьшить колебательные частоты ионов в ловушке и увеличить тем самым расстояние между соседними ионами до 5 мкм. На таких расстояниях ионы в ловушке действительно могут быть индивидуально адресованы при записи или считывании квантовой информации лазерными лучами, что необходимо для реализации схемы Сирака и Цоллера [133]. В ближайшее время авторы планируют продемонстрировать выполнение квантовой логической операции CNOT над внутренними состояниями двух ионов, а также запутанные состояния нескольких (до пяти) ионов в ловушке [131].

Серьезные трудности, с которыми столкнулись экспериментаторы при реализации схемы, предложенной Сираком и Цоллером, заставили многих теоретиков обратиться к поиску альтернативных схем проведения квантовых логических операций и создания запутанных состояний в системе захваченных ионов. Мы уже упоминали схему, предложенную Соренсенем и Молмером, которая в принципе позволяет получать запутанные состояния с произвольным числом захваченных ионов.

Другие предложения по проведению квантовых логических операций и созданию запутанных состояний в системе захваченных ионов обсуждаются в обзоре [141] и недавно появившихся статьях [142–144]. Довольно общий теоретический и экспериментальный анализ ограничений на скорость квантовых логических операций в ионных ловушках представлен в работе [145]. Исследования показывают, что с использованием новых методов охлаждения и проведения квантовых логических операций в недалеком будущем могут быть реализованы квантовые логические вычисления в кулоновских кристаллах, состоящих из нескольких ионов.

5. Запутанные состояния нейтральных атомов

Несмотря на свою относительную простоту и наглядность, описанная в разделе 4 схема квантовых вычислений в ионных ловушках до сих пор не реализована. Это подталкивает многих исследователей обратиться к физическим системам, которые были бы лишены недостатков, характерных для ионов в ионных ловушках. В этой связи много внимания в последнее время уделяется методам создания запутанных состояний нейтральных атомов в ловушках различного типа.

5.1. Нейтральные атомы в дипольных ловушках

В отличие от ионов нейтральные атомы малочувствительны к низкочастотным электромагнитным полям, что, с одной стороны, уменьшает их подверженность электромагнитным шумам, а с другой — не позволяет создавать столь глубокие и эффективные ловушки, как в случае ионов. В настоящий момент существует несколько типов ловушек для нейтральных атомов, в которых используются статические и оптические электромагнитные поля в различных конфигурациях (см. обзор [146]).

Однако для экспериментов в области физики квантовой информации наиболее подходят так называемые оптические дипольные ловушки, особенно их вариант на стоячих волнах — *оптические решетки* (см. обзор [147]). Объясняется это тем, что, как и ионные ловушки, дипольные ловушки в очень хорошем приближении являются чисто потенциальными (недиссипативными). Следовательно, они позволяют сохранять любые (в том числе и квантовые) корреляции между захваченными атомами. К тому же в отличие от других недиссипативных ловушек (например, магнитных) потенциалом дипольных ловушек можно легко и быстро манипулировать, включая или выключая дополнительные лазеры.

Физический принцип, лежащий в основе оптических дипольных ловушек, очень прост. Под воздействием электрической компоненты лазерного поля атом поляризуется, и введенный дипольный момент взаимодействует с тем же самым оптическим полем, приводя к возникновению некоторого эффективного потенциала U_{dip} . В квантовом описании этот потенциал соответствует усредненному по времени сдвигу уровней, вызванному взаимодействием с лазерным полем дипольной ловушки (оптический штарковский сдвиг) [148].

В реальных экспериментах отстройка частоты лазеров дипольной ловушки от частот переходов атомов обычно намного превышает естественную ширину линий атомных переходов [147]. Это вызвано необходимостью минимизировать рассеяние фотонов лазерного поля захваченными атомами, приводящее к нагреву

атомов и их вылету из ловушки, а также к потере когерентности внутренних состояний атомов.

В соответствующем приближении эффективный потенциал ловушки может быть записан следующим образом:

$$U_{\text{dip}} \approx \frac{3\pi c^2}{2\omega_1^3} \frac{\Gamma}{\Delta_1} I_1(\mathbf{r}). \quad (23)$$

Здесь $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_A$ — отстройка частоты ω_1 лазеров ловушки от ближайшей частоты перехода ω_A рассматриваемого атома, Γ — скорость распада поляризации этого перехода, $I_1(\mathbf{r})$ — интенсивность лазерного поля дипольной ловушки. Из выражения (23) видно, что в зависимости от знака отстройки частоты лазеров потенциал дипольной ловушки может быть как притягивающим, так и отталкивающим. Таким образом, существуют конфигурации дипольных ловушек с "синей" и "красной" отстройкой частоты лазеров [147], в которых минимум потенциальной энергии находится соответственно в областях с минимальной и максимальной интенсивностью лазерного поля.

Если дипольная ловушка образована лазерными пучками, распространяющимися навстречу друг другу, то образующееся оптическое поле является стоячей волной, а потенциал U_{dip} представляет собой систему микроскопических потенциальных ям с минимумами в пучностях или узлах стоячей волны в зависимости от знака отстройки частоты лазеров ловушки. Эти микрорепотенциальные ямы правильным образом расположены во всех трех измерениях и имеют размеры порядка длины волны лазеров ловушки (рис. 6). По аналогии с кристаллическими решетками такие конфигурации лазерного поля называют *оптическими решетками* (optical lattices).

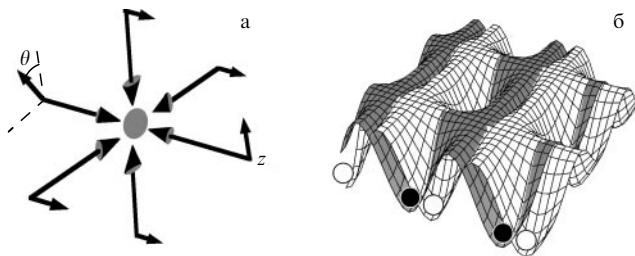


Рис. 6. (а) Конфигурация лазерных лучей, образующих оптическую решетку. Изменение угла поляризации θ приводит к трансляционному смещению микрорепотенциальных ям вдоль оси z . (б) Структура эффективного захватывающего потенциала для двух видов атомов с различными направлениями спинов, захваченных в соответствующих микрорепотенциальных минимумах оптической решетки. Адаптировано из [184].

Основным преимуществом оптических решеток над другими видами дипольных ловушек является возможность захватывать атомы в отдельные микрорепотенциальные ямы оптической решетки и локализовывать их на расстояниях, меньших длины волны используемых лазеров. Более того, изменяя фазу и поляризацию лазерных пучков, образующих оптическую решетку, можно сдвигать положение пучностей и узлов стоячей волны, трансляционно перемещая тем самым микрорепотенциальные ямы вместе с захваченными в них атомами. Это позволяет эффективно контролировать положение атомов в ловушке, а также осуществлять индивидуальную адреса-

цию к захваченным атомам, подобно тому как это делается в ионных ловушках.

В экспериментах с использованием дипольных ловушек загрузка атомов в ловушку и приготовление их начального состояния составляет отдельную проблему. Так как глубина потенциальной ямы, образованной дипольными ловушками, очень невелика (обычно она соответствует температуре порядка 1 мК), в такую ловушку можно загружать только атомы, предварительно охлажденные лазерными методами [149]. Для этих целей удобно применять магнитооптические ловушки [150]; температура загружаемых атомов при этом составляет порядка 0,1 мК.

В обычных магнитооптических ловушках захватывается порядка 10^7 атомов, которые непрерывно передвигаются по объему ловушки (см., например, [151]) и после загрузки в оптическую решетку беспорядочно распределяются по микрорепотенциальным ямам. Хотя в оптических решетках с большим числом атомов можно было бы одновременно осуществлять взаимодействие между многими атомами и тем самым реализовывать параллельные квантовые вычисления [152], для нынешних экспериментов в области физики квантовой информации интерес представляют прежде всего простейшие конфигурации, имеющие всего несколько атомов. Поэтому для загрузки небольшого контролируемого числа атомов в дипольную ловушку приходится либо применять магнитооптические ловушки особого типа [153], либо специально отсеивать часть захваченных атомов [154].

Для реализации контролируемого взаимодействия между атомами желательно, чтобы атомы были регулярно распределены по объему оптической решетки. В частности, представляет интерес создание оптических решеток, в каждой микрорепотенциальной яме которой находится лишь один атом. Подобная конфигурация была реализована в работе [154] посредством использования холодных столкновений.

Другим интересным вариантом создания регулярного пространственного распределения атомов является загрузка бозе-эйнштейновского конденсата в оптическую решетку [156, 157]. В этом случае атомы конденсата автоматически распределяются равномерно и когерентно по основным колебательным состояниям всех микрорепотенциалов оптической решетки. Определенные концептуальные трудности, правда, вызывает тот факт, что в каждом микрорепотенциале в общем случае оказывается захвачено дробное число атомов.

Помимо эффективной загрузки атомов в ловушку, в экспериментах, связанных с квантовой информацией, необходимо обеспечить максимальный контроль за положением захваченных атомов. Как уже отмечалось, дипольные ловушки предоставляют такую возможность при использовании стоячих волн — оптических решеток. После загрузки в оптическую решетку каждый атом совершает колебательное движение преимущественно в пределах одной микрорепотенциальной ямы. Для того чтобы еще более упорядочить движение атомов, колебания атомов охлаждают до основного состояния соответствующего квантового осциллятора с помощью техники охлаждения на боковых колебательных полосах [155]. Таким образом достигается максимальная локализация атомов, ограниченная лишь соотношениями неопределенности Гейзенберга.

Наконец, следует упомянуть о методах измерения внутренних состояний атомов в дипольных ловушках. В этом отношении дипольные ловушки уступают ионным. Из-за малой глубины эффективного потенциала ловушки детектирование методами резонансной лазерно-индуцированной флуоресценции на циклических переходах приводит к вылету атомов из ловушки, так как рассеяние фотонов быстро нагревает захваченные атомы. Использование коротких детектирующих импульсов позволяет минимизировать такие потери, однако из-за малой квантовой эффективности существующих фотодетекторов в этом случае можно производить измерение лишь очень большого числа атомов.

Деструктивными оказываются и методы детектирования, основанные на вариантах опыта Штерна–Герлаха, а также различные методы детектирования разлетного облака атомов, образующегося после выключения потенциала ловушки [147]. Таким образом, для нынешних экспериментов в области физики квантовой информации известные методы подходят мало, и поиск неразрушающих методов измерения внутренних и пространственных волновых функций захваченных атомов продолжается.

5.2. Реализация условной динамики в системе нейтральных атомов

Основную трудность в экспериментах по созданию запутанных состояний нейтральных атомов представляет контроль когерентного взаимодействия между захваченными атомами, которое должно реализовать условную динамику в системе. В отличие от ионов нейтральные атомы не подвержены сильному электростатическому взаимодействию, позволяющему осуществлять когерентное взаимодействие даже на больших расстояниях. Поэтому когерентное взаимодействие между нейтральными атомами чаще всего приходится организовывать с помощью оптических полей, т.е. за счет обмена атомами фотонами. В литературе в настоящее время серьезно обсуждаются три варианта осуществления когерентного взаимодействия между захваченными нейтральными атомами.

В первом из них [158] предлагается использовать взаимодействие, возникающее при непосредственном столкновении двух атомов, находящихся в метастабильных внутренних состояниях. Действительно, за последние годы эксперименты по столкновениям между холодными атомами достигли такого уровня, когда о столкновениях можно говорить как о когерентных процессах, которыми в определенной степени можно управлять [159]. Авторы [158] предлагают осуществлять контролируемые столкновения между атомами, захваченными в микропотенциалах оптической решетки, в частности, жестко контролируя положения атомов, адиабатически сводить их на такие расстояния, где их пространственные волновые функции начинают перекрываться. Таким образом можно контролировать набег фазы между компонентами волновой функции, соответствующими различным внутренним состояниям атомов, т.е. реализовать условную динамику.

Несмотря на идейную простоту, предлагаемый метод предъявляет, по-видимому, слишком серьезные требования к контролю за положением атомов, которые не могут быть удовлетворены в существующих экспериментальных установках. В любом случае, насколько нам

известно, попыток экспериментальной реализации схемы создания запутанных состояний, основанной на использовании контролируемых столкновений холодных атомов, находящихся в метастабильных состояниях, пока не предпринималось.

Второй метод осуществления когерентного взаимодействия между нейтральными атомами основан на использовании высокочастотного резонатора. Подобные системы, состоящие из высокочастотного резонатора и находящихся в нем атомов, уже давно изучаются в области физики, получившей название *квантовой электродинамики в резонаторах* (cavity quantum electrodynamics), и к настоящему времени в этой области получено множество интересных результатов [160].

Поскольку электромагнитное поле внутри резонатора жестко коррелировано по всему объему резонатора, а атомы по отдельности могут очень эффективно взаимодействовать с одной и той же модой резонатора [148], он может выступать своеобразным посредником при организации взаимодействия между атомами. Конечно, теоретическое рассмотрение такого опосредованного взаимодействия осложняется необходимостью дополнительно рассматривать степени свободы самого резонатора. Однако с экспериментальной точки зрения использование резонатора позволяет снять требование жесткого контроля за положением атомов и представляет новые возможности наблюдения за состояниями атомов, находящихся внутри резонатора (например, мониторинг коэффициента пропускания резонатора по отношению к внешнему слабому лазерному полю [161]).

Наиболее простой способ осуществления опосредованного взаимодействия заключается в предварительном переносе внутреннего состояния одного из атомов на состояние резонатора, затем прямом взаимодействии между вторым атомом и резонатором и, наконец, обратном переносе состояния резонатора на первый атом [162]. Таким образом, здесь используется та же идея, что и при проведении квантовых логических операций между ионами в ионной ловушке с тем лишь отличием, что в качестве "квантовой шины" теперь выступает электромагнитное поле внутри резонатора.

Однако этот метод требует, чтобы в каждый момент времени в резонаторе находилось не более одного атома. Следовательно, для проведения квантовых операций над несколькими атомами их придется постоянно вводить и выводить из резонатора, что затруднительно с технической точки зрения. Предпочтительнее была бы ситуация, когда все атомы постоянно захвачены внутри резонатора, а попарные взаимодействия между ними "включаются" и "выключаются" внешним лазерным полем, подобно тому как это происходит в ионных ловушках.

Реализовать именно такую схему предлагается в другом часто цитируемом методе создания запутанных состояний атомов в резонаторе [163]. В нем используется техника стимулированного рамановского адиабатического перехода [164] в ситуации, когда одно из плеч комбинационного перехода реализуется основной модой резонатора. Дополнительное преимущество этого метода заключается в том, что в ходе адиабатического перехода резонатор практически все время находится в вакуумном состоянии, т.е. в системе отсутствует основной источник релаксации — распад полевых состояний резонатора. Попытки экспериментальной реализации упомянутых методов создания запутанных

состояний с помощью резонаторов обсуждаются в разделе 5.3.

Последним, широко обсуждаемым претендентом на осуществление контролируемого взаимодействия между захваченными атомами является резонансное диполь-дипольное взаимодействие. Оно является квантовым аналогом классического электромагнитного взаимодействия двух осциллирующих диполей и тесно связано с явлениями коллективной релаксации в системе дипольно-взаимодействующих атомов: *сверхизлучением* (superradiance) и обратным ему *подавлением спонтанного распада* (subradiance) [165, 166].

Использовать диполь-дипольное взаимодействие для осуществления условной динамики было предложено еще в 1995 г. [167], но более серьезно такая возможность была рассмотрена лишь недавно в работах [87, 168–170]. В отличие от контролируемых столкновений, которые требуют сведения атомов на наноскопические расстояния, резонансное диполь-дипольное взаимодействие становится существенным на расстояниях порядка длины волны выбранного рабочего перехода, которая может варьироваться от 1 мкм для дипольно-разрешенных переходов из основного состояния щелочных металлов [168] до нескольких миллиметров в случае использования ридберговских атомов [169].

Для примера рассмотрим, как можно создавать максимально запутанные состояния в простейшей модельной системе двух дипольно-взаимодействующих двухуровневых атомов [168]. Уместность такого примера объясняется тем, что резонансное диполь-дипольное взаимодействие иногда играет определяющую роль как при холодных столкновениях атомов [159], так и при взаимодействии атомов в резонаторе [171, 172].

Итак, пусть два идентичных двухуровневых атома зафиксированы на некотором расстоянии R друг от друга, например захвачены в соседних микропотенциальных ямах оптической решетки. Тогда с учетом диполь-дипольного взаимодействия энергетические уровни такой системы совпадают с состояниями Дике [148]: двухфотонно-возбужденным, основным и двумя однофотонными максимально запутанными состояниями Дике (симметричным и антисимметричным) соответственно:

$$|\Psi_e\rangle = |e\rangle_1 \otimes |e\rangle_2, \quad |\Psi_g\rangle = |g\rangle_1 \otimes |g\rangle_2,$$

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_1 \otimes |e\rangle_2 + |e\rangle_1 \otimes |g\rangle_2),$$

$$|\Psi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_1 \otimes |e\rangle_2 - |e\rangle_1 \otimes |g\rangle_2).$$

Здесь $|g\rangle_i$ и $|e\rangle_i$ ($i = 1, 2$) — основные и возбужденные состояния исходных двухуровневых атомов.

Нетрудно убедиться в том, что однофотонные состояния Дике $|\Psi_s\rangle$ и $|\Psi_a\rangle$ являются максимально запутанными согласно определению, введенному в разделе 2.2. Радиационная релаксация в такой системе сводится к радиационному распаду из/в антисимметричное состояние $|\Psi_a\rangle$ со скоростью $[1 - f]\gamma$ и распаду из/в симметричное состояние $|\Psi_s\rangle$ со скоростью $[1 + f]\gamma$, где γ — скорость радиационного распада в исходных двухуровневых атомах, а f — поправка к скоростям радиационного распада, вызванная эффектами коллективной релаксации.

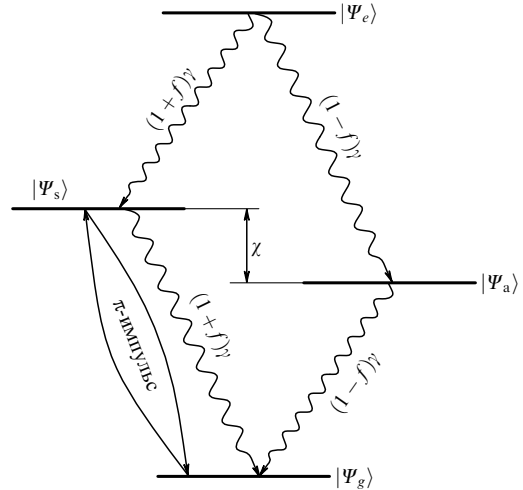


Рис. 7. Энергетические уровни системы двух дипольно-взаимодействующих двухуровневых атомов. Показаны каналы и скорости релаксационного распада в системе, а также схема π -импульсного возбуждения, приводящего к созданию максимально запутанного состояния $|\Psi_s\rangle$.

Как видно на рис. 7, диполь-дипольное взаимодействие между атомами приводит к расщеплению изначально вырожденных по энергии однофотонных состояний Дике $|\Psi_a\rangle$ и $|\Psi_s\rangle$, равному константе диполь-дипольного взаимодействия $\chi \sim \gamma\lambda^3/R^3$, где λ — длина волны, соответствующая частоте перехода в исходных двухуровневых атомах. Если расстояние R между атомами меньше длины волны рабочего перехода λ , расщепление χ превышает суммарную естественную ширину однофотонных уровней Дике и, следовательно, эти уровни разрешаются при лазерном возбуждении. Таким образом, становится возможным селективно переносить населенность из основного уровня (где, как предполагается, изначально находится вся населенность) в одно из максимально запутанных состояний: $|\Psi_a\rangle$ или $|\Psi_s\rangle$, прилагая резонансный π -импульс лазерного поля [148] к переходу $|\Psi_g\rangle \rightarrow |\Psi_a\rangle$ или $|\Psi_g\rangle \rightarrow |\Psi_s\rangle$ соответственно. В работах [87, 170] показано, что при $R/\lambda < 0,1$ в выбранное максимально запутанное состояние можно перенести почти всю населенность системы, используя оптимальные параметры π -импульса.

Рассмотренная модельная схема имеет тот недостаток, что созданные запутанные состояния $|\Psi_a\rangle$ и $|\Psi_s\rangle$ являются радиационно нестабильными (см. рис. 7). Однако дальнейшие исследования показывают [173], что предложенная идея создания запутанных состояний в системе дипольно-взаимодействующих атомов может быть обобщена на случай многоуровневых атомов, где можно создавать радиационно стабильные запутанные состояния, которые особенно важны для практических приложений.

Ради полноты отметим предложения по созданию запутанных состояний атомов в работах [174–176], реализация которых, однако, представляется нам довольно проблематичной.

5.3. Эксперименты по созданию запутанных состояний нейтральных атомов

Как уже отмечалось, практически во всех областях физики квантовой информации теория намного опере-

жает эксперимент. Не избежали этой участи и методы создания запутанных состояний нейтральных атомов: здесь число и уровень сложности предложений по проведению экспериментов намного превосходит реальные возможности самих экспериментов. Поэтому мы ограничимся рассмотрением всего нескольких экспериментальных схем, которые представляются нам наиболее перспективными в плане создания запутанных состояний нейтральных атомов.

Начать, по-видимому, следует с наиболее развитой экспериментальной техники, разработанной С. Харошем и сотрудниками в Высшей нормальной школе (Париж, Франция), хотя, строго говоря, эти эксперименты не относятся непосредственно к теме запутанных состояний атомов, захваченных в ловушках. Дело в том, что в экспериментах группы Хароша используются атомы рубидия, которые находятся в ридберговских состояниях и последовательно пролетают на большой скорости через высокочастотный резонатор, посредством которого и осуществляется взаимодействие между атомами (рис. 8). Мода такого резонатора соответствует длине волны около 6 мм, а времена релаксации ридберговских состояний атомов и электромагнитного поля внутри резонатора составляют 30 мс и 160 мкс соответственно [68].

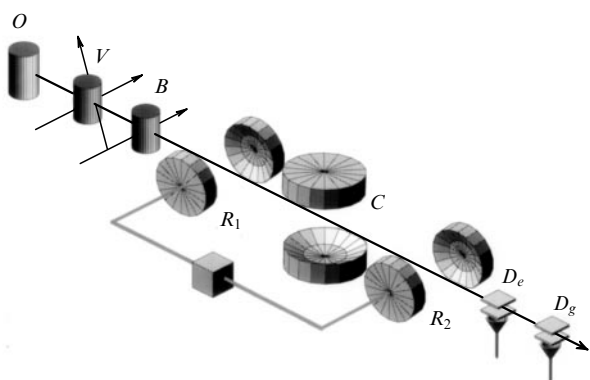


Рис. 8. Схема экспериментальной установки для создания запутанных состояний ридберговских атомов: *O* — термический источник атомов рубидия; *V* — область селекции скоростей; *B* — блок приготовления ридберговских атомов; *R*₁ — вспомогательный резонатор, задающий начальное состояние ридберговского атома; *C* — высокочастотный резонатор, взаимодействующий с пролетающими ридберговскими атомами; *R*₂ — вспомогательный резонатор, задающий базис конечного измерения внутренних состояний; *D*_e и *D*_g — детекторы конечного состояния ридберговских атомов. Адаптировано из [177].

Ридберговские атомы, которые отличаются чрезвычайно большими орбитальными размерами (около 125 нм) и, соответственно, большим дипольным моментом перехода, позволяют достичь эффективного взаимодействия между отдельными атомами и отдельными фотонами даже в резонаторе относительно больших размеров (объем около 1 см³). Селекция атомов по скоростям дает возможность контролировать в экспериментах время пролета атомов через резонатор, а значит, и время взаимодействия с внутрирезонаторным полем.

Используя идею опосредованного взаимодействия атомов через резонатор [162], группа Хароша к настоящему моменту осуществила уже несколько экспериментов в области физики квантовой информации [68];

создание ЭПР- и ГХЦ-состояний атомов и состояний внутри резонатора типа шрёдингеровского кода поля, а также неразрушающие измерения отдельных фотонов.

Несмотря на то что описанная выше экспериментальная техника является на данный момент наиболее развитой с точки зрения приложений в области физики квантовой информации, она имеет серьезные ограничения. В частности, метод группы Хароша и его экспериментальная реализация требуют, чтобы в каждый момент времени в резонаторе находилось не более одного атома. Поскольку время жизни получаемых атомных и полевых состояний все же сравнительно невелико, реально подобные эксперименты можно производить лишь с несколькими атомами [177]. Соответственно, вести речь о создании на этих принципах, например, квантового компьютера неуместно. Как и эксперименты по квантовым вычислениям в молекулах с помощью методов ядерного магнитного резонанса, эти эксперименты, по-видимому, останутся лишь модельной демонстрацией возможностей когерентного инжиниринга квантовых состояний.

Чтобы избежать упомянутых трудностей, экспериментальная группа Дж. Кимбла и сотрудников из Калифорнийского технологического института (Пасадена, США) стремится осуществить долговременный захват пролетающих атомов внутри резонатора, используя дипольную ловушку, образованную самим резонатором. В этих экспериментах атомы цезия предварительно захватываются в магнитооптической ловушке на небольшом расстоянии над резонатором. После выключения поля ловушки атомы свободно падают под действием гравитации, попадая иногда в пространство между зеркалами нижестоящего резонатора (рис. 9). Непрерывно наблюдая за пропуском резонатора, можно зафиксировать момент появления атома в резонаторе и в этот момент включить захватывающий потенциал оптической ловушки [181]. При этом захват атомов происходит внутрирезонаторным полем, образованным всего лишь несколькими фотонами. Дальнейшее наблюдение за пропуском резонатора позволяет даже восстановить траекторию атома внутри резонатора [178].

Похожий эксперимент был поставлен группой Г. Ремпе и сотрудников из Института квантовой оптики Макса Планка (Гархинг, Германия) [179]. Единственным существенным отличием этого эксперимента являлось использование атомов рубидия, которые вводились в

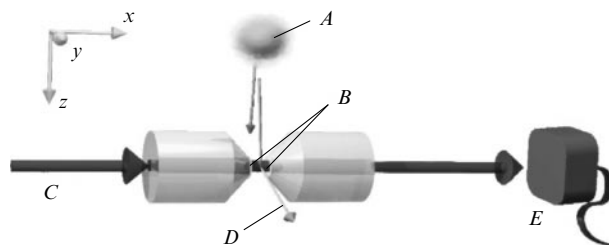


Рис. 9. Схема установки для экспериментов по захвату нейтральных атомов внутри высокочастотного резонатора: *A* — облако порядка 10⁴ нейтральных атомов, захваченных в магнитооптической ловушке; *B* — зеркала высокочастотного резонатора; *C* — лазерные лучи для создания внутрирезонаторной дипольной ловушки и мониторинга полевого состояния резонатора; *D* — траектория отдельного атома, рассеянного полем резонатора; *E* — фотодетектор. Адаптировано из [178].

резонатор с помощью так называемого атомного фонтана. Таким образом, атомы не падали в резонатор сверху под действием гравитации, а, наоборот, влетали в резонатор на малой скорости снизу. В недавнем эксперименте [180] этой группы пролетающие через резонатор атомы рубидия подвергались процессу стимулированного адиабатического перехода в ситуации, когда одно из плеч комбинационного перехода реализуется основной модой резонатора. Это стало серьезным шагом в реализации вышеупомянутой схемы создания запутанных состояний [163].

Основной целью нынешнего этапа экспериментов в группах Кимбла и Ремпе является долговременный захват атомов внутри резонатора (в текущих экспериментах время захвата атомов в резонаторе составляет всего несколько миллисекунд). Для этого необходимо разработать технику лазерного охлаждения атомов, находящихся внутри резонатора, что представляет собой сложную теоретическую и экспериментальную проблему [182]. В более отдаленной перспективе предполагается захватывать внутри резонатора два и более атомов, что позволит реализовать описанные выше методы получения когерентного взаимодействия между захваченными атомами.

Чтобы исключить проблему эффективного захвата и охлаждения атомов внутри резонатора, группа Д. Мешед и сотрудников из Боннского университета (Бонн, Германия) ставит своей целью предварительно захватить и охладить небольшое число атомов в дипольной ловушке, после чего вводить их в пространство между двумя зеркалами резонатора. Время захвата нескольких атомов в уже реализованной дипольной ловушке составило около 30 с [153]. Охлажденные в оптической решетке атомы можно затем трансляционно переместить внутрь резонатора, изменяя фазу образующих лазерных пучков [183]. Это также позволит приступить к реализации методов создания запутанных состояний атомов в резонаторе.

Группа И. Дойча и сотрудников из Университета Нью-Мексико (Альбукерке, США) следует своим предложениям [168] по созданию запутанных состояний атомов, захваченных в оптической решетке с помощью резонансного диполь-дипольного взаимодействия. К настоящему времени теоретически рассчитаны пространственные конфигурации дипольно-взаимодействующих атомов, оптимальные для осуществления когерентного межатомного взаимодействия [184]. В недавнем эксперименте [185] наблюдалось когерентное туннелирование атомов между соседними микропотенциальными ямами оптической решетки, что свидетельствует о высокой степени когерентности пространственных волновых функций атомов и эффективности используемых методов управления ими. Тем не менее осуществление когерентного межатомного взаимодействия в этой системе еще потребует, по-видимому, длительных исследований.

Наконец, в эксперименте [82] группы С. Ползика и сотрудников из Орхусского университета (Орхус, Дания) было получено несепарабельное состояние макроскопического ансамбля атомов. Состояние атомов со сжатым спином создавалось в результате облучения сжатым светом облака атомов, захваченных в магнитооптической ловушке [148]. Хотя атомы в облаке не являются индивидуально адресуемыми и, таким образом, мало подходят для экспериментов в области квантовых вычи-

слений, подобные квантово-коррелированные состояния представляют интерес для получения улучшенных стандартов частоты (атомных часов).

Отметим, что аналогичные состояния (но с большей степенью спинового сжатия) недавно предложено создавать в бозе-эйнштейновских конденсатах [186], используя в качестве источника взаимодействия столкновения между атомами. При этом в отличие от рассмотренного выше метода контролируемых столкновений [158] в бозе-эйнштейновских конденсатах положение атомов не требует дополнительного контроля, так как все атомы находятся в одном и том же квантовом состоянии, которое может быть довольно точно рассчитано и измерено [187].

Таким образом, в нынешних экспериментах по созданию запутанных состояний нейтральных атомов серьезные трудности представляют как приготовление начальной пространственной конфигурации атомов, так и осуществление когерентного межатомного взаимодействия, которое должно привести к возникновению квантовых корреляций в системе. Наиболее развитая на сегодняшний день техника, основанная на использовании ридберговских атомов, пролетающих через высокочастотный резонатор, вскоре, по-видимому, достигнет в своем развитии фундаментального предела, связанного с временами жизни ридберговских состояний атомов и конструктивными особенностями экспериментальной установки.

В других экспериментальных подходах решение проблемы эффективного контроля за положением атомов и межатомного взаимодействия находится пока в начальной стадии. С учетом упомянутых выше технических трудностей наиболее перспективными, на наш взгляд, являются подходы, связанные с захватом нейтральных атомов в дипольных ловушках и осуществлением межатомного взаимодействия путем обмена фотонами оптических частот через высокочастотный резонатор или непосредственно через механизм резонансного диполь-дипольного взаимодействия.

6. Заключение

Подведем некоторые итоги обсуждения запутанных квантовых состояний атомных систем, проведенного выше. Целью настоящего обзора было представить введение в одно из перспективных направлений современной квантовой теории. Стремясь по возможности дать полную картину современного состояния этой области физики, мы старались отразить наиболее важные результаты, относящиеся как к общей теории запутанных состояний, так и к экспериментальным методам создания запутанных состояний атомных систем.

Основной импульс нынешнему бурному развитию исследований в области физики запутанных состояний придало появление в 80–90-х годах новых приложений. Большинство из них относится к таким разделам физики квантовой информации, как квантовая криптография, квантовые вычисления, квантовая теория информации и др. Физика запутанных состояний составляет для всех этих приложений как бы скрытый базис: хотя ни в одной из областей физики квантовой информации запутанность не является самоцелью, она часто определяет преимущества новых квантовых подходов над классическими аналогами.

Следует, однако, отметить, что далеко не все приложения запутанных квантовых состояний связаны с физической квантовой информацией. По-прежнему большой интерес представляют как фундаментальное значение их свойств для изучения основ квантовой механики, так и разнообразные метрологические приложения запутанных состояний. Вообще, схождение интересов столь разных областей физики в одной-единственной точке — физике запутанных состояний — вызывает удивление, но лишь подтверждает давно высказанное Шрёдингером мнение о том, что допустимость запутанных квантовых состояний составляет сущность квантовой механики с ее концептуальными трудностями и удивительными возможностями [188].

За последнее время новые возможности, предоставляемые запутанными состояниями, существенно изменили отношение ученых к этой области физики, и теперь запутанность преимущественно воспринимается как специфический квантовый ресурс, которому есть множество применений. Соответственно, одним из важнейших вопросов физики запутанных состояний стала разработка технологий, которые позволяли бы производить этот ресурс в различных формах и в "промышленных масштабах".

В течение долгого времени основным источником запутанных состояний оставались фотонные пары, создаваемые в процессах каскадного распада атомных возбуждений или спонтанного параметрического рассеяния света в нелинейных кристаллах. Фотонные пары являются сейчас главным носителем запутанных состояний, например, в протоколах квантовой криптографии, и в со временем будут играть, по-видимому, немаловажную роль при передаче квантовой информации по квантовым сетям.

Однако постоянно расширяющийся круг требований, которые предъявляют новые приложения запутанных состояний, стимулируют поиск более совершенных физических систем, реализующих эти состояния. В частности, "предельно точным" областям науки, таким как метрология и компьютерная физика, трудно ужиться со случайностью процессов появления запутанных фотонных пар. Отсюда возникла идея поиска детерминистских методов создания запутанных состояний. Как оказалось, наиболее удобной базой для реализации этих методов являются атомы и ионы, захваченные в современных электромагнитных ловушках. Положением таких атомов относительно легко манипулировать в экспериментах, а метастабильные внутренние состояния предоставляют практически идеальную базу для хранения квантовых состояний, включая их возможные квантовые корреляции.

Значительную роль в повышении интереса к запутанным состояниям атомных систем сыграла и первая предложенная схема квантового компьютера, основанная на применении внутренних и колебательных состояний ионов, захваченных в ионной радиочастотной линейной ловушке. На базе этой идеи в ионных ловушках были созданы запутанные состояния двух и четырех ионов, а также проведены другие эксперименты в области физики квантовой информации. Однако попытки дальнейшего развития экспериментальной техники столкнулись с довольно серьезными трудностями, которые до конца не разрешены и по сегодняшний день.

В результате многие исследователи обратились к нейтральным атомам, которые лишены обнаруженных недостатков ионов, но имеют другие, связанные как с приготовлением начальных состояний атомов в ловушках, так и с реализацией когерентного межатомного взаимодействия, а также с детектированием конечных состояний. К настоящему моменту в этой области достигнут существенный теоретический и экспериментальный прогресс, однако эксперименты в большинстве своем еще только приближаются к той ступени развития, когда станет возможным вести речь о контролируемом создании запутанных состояний двух и более атомов.

Дальнейшие перспективы методов получения запутанных состояний атомных систем следует, по-видимому, связывать с преодолением аномального нагрева колебательных мод в ловушках с ионами бериллия и дальнейшим развитием экспериментов, в которых используются ионы других элементов. Решение этих проблем позволит захватывать несколько (до 10) ионов в ловушках и производить над ними произвольные квантовые операции. Дальнейшее увеличение числа ионов в ловушке неизбежно приведет к новым экспериментальным проблемам, таким как негармоничность эффективного потенциала ловушки, нелинейное взаимодействие между колебательными модами ионных кристаллов и, наконец, нарушение линейной структуры ионного кристалла.

Перечисленные проблемы потребуют, видимо, изменения конструктивных особенностей схем проведения квантовых логических операций в ионных ловушках. Возможно, для этих целей будут использоваться мультиплексные схемы [125], в которых нужные ионы вводятся на небольшое время в "процессорную ловушку", а все остальное время они хранятся во вспомогательных "ловушках памяти". Другим выходом из затруднений могут стать ионные матрицы, в отдельных ячейках которых предполагается производить квантовые логические операции над небольшим числом ионов, с тем чтобы ячейки затем обменивались друг с другом результатами этих операций [20, 21, 142].

Что касается нейтральных атомов, то ввиду большого разнообразия возможных методов организации когерентного взаимодействия между атомами, фундаментальных ограничений на число используемых атомов пока не прослеживается. На данном этапе наиболее перспективным нам представляется дальнейшее развитие экспериментальных методов, основанных на использовании высокочастотных резонаторов и резонансного диполь-дипольного взаимодействия.

В заключение отметим, что настоящий обзор не может претендовать на полноту хотя бы потому, что число работ, так или иначе посвященных запутанным состояниям, уже насчитывает не одну тысячу (см. библиографию [189]). К тому же по некоторым наблюдениям число публикаций, посвященных запутанным состояниям, растет с каждым годом в геометрической прогрессии [190].

По-видимому, развитие интереса к запутанным состояниям следует классической динамике системы с положительной обратной связью. С одной стороны, расширение области приложений запутанных состояний стимулирует развитие общей теории запутанных состояний и соответствующих экспериментальных подходов. С другой стороны, постоянно растущая популярность этой

области физики привлекает к ней все большее количество ученых, что в свою очередь способствует открытию новых применений запутанных состояний.

Тем не менее, несмотря на предпринимаемые усилия по реальному внедрению практических приложений запутанных состояний, физика запутанных состояний остается пока преимущественно теоретической и во многом спекулятивной, что, по-видимому, составляет ее "болезнь роста". Даже апологеты новых направлений физики квантовой информации признают, что реальное создание соответствующих устройств, таких, например, как квантовый компьютер, остается довольно далекой перспективой. Пока же у физиков есть уникальная возможность черпать идеи из этой удивительной междисциплинарной области науки и ставить эксперименты, открывающие новые неожиданные стороны квантовой физики. Остается только пожелать, чтобы квантовая теория, недавно отметившая свое столетие, и в будущем оставалась источником вдохновения как в фундаментальных, так и в прикладных областях физики.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 01-02-16311), Государственных научно-технических программ Российской Федерации "Фундаментальная метрология" и "Нанотехнологии", гранта INTAS Европейского сообщества (рег. № 479, 2001 г.), а также фонда Volkswagen Stiftung (грант № 1/72944).

Список литературы

- Einstein A, Podolsky B, Rosen N *Phys. Rev.* **47** 777 (1935) [Перевод на русский язык: *УФН* **16** 440 (1936)]
- Schrödinger E *Naturwissenschaften* **23** 807, 823, 844 (1935) [Перевод на русский язык: *Успехи химии* **5** 390 (1936)]
- Белокуров В В, Тимофеевская О Д, Хрусталев О А *Квантовая телепортация — обыкновенное чудо* (Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2000)
- Whitaker M A B *Prog. Quantum Electron.* **24** 1 (2000)
- Percival I C, quant-ph/0008097; submitted to *Nature*
- Клышко Д Н *УФН* **168** 975 (1998)
- Менский М Б *УФН* **170** 631 (2000)
- Кадомцев Б Б *УФН* **164** 449 (1994)
- Кадомцев Б Б *Динамика и информация* (М.: Редакция журнала *УФН*, 2000)
- Scarani V et al., quant-ph/0007008
- Gisin N et al., quant-ph/0101098; submitted to *Rev. Mod. Phys.*
- Preskill J, in *Lecture notes on Physics 229: Quantum information and computation*, <http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph229/>
- Steane A *Rep. Prog. Phys.* **61** 117 (1998)
- Jozsa R, Abrams D S *Phys. Rev. Lett.* **85** 2010 (2000)
- Chuang I L *Phys. Rev. Lett.* **85** 2006 (2000)
- Clauser J F, Shimony A *Rep. Prog. Phys.* **41** 1881 (1978)
- Клышко Д Н *Фотоны и нелинейная оптика* (М.: Наука, 1980)
- Kwiat P G et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337 (1995)
- Turchette Q A et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 3631 (1998)
- Steane A M, Lucas D M, quant-ph/0004053
- Cirac J I et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 3221 (1997)
- Lloyd S, Shahriar M S, Hemmer P R, quant-ph/0003147 (v1)
- Киллин С Я *УФН* **169** 507 (1999)
- Huelga S F et al. *Appl. Phys.* **6** 67 723 (1998)
- Bouwmeester D, Ekert A K, Zeilinger A (Eds) *The Physics of Quantum Information: Quantum Cryptography, Quantum Teleportation, Quantum Computation* (New York: Springer, 2000)
- Валиев К А, Кокин А А *Квантовые компьютеры: надежды и реальность* (Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001)
- Белинский А В, Клышко Д Н *УФН* **163** (8) 1 (1993)
- Mandel L *Rev. Mod. Phys.* **71** S274 (1999)
- Zeilinger A *Rev. Mod. Phys.* **71** S288 (1999)
- DiVincenzo D P, quant-ph/0002077 (v1)
- Cory D G et al., quant-ph/0004104
- Kane B E *Nature* **393** 133 (1998)
- Tanamoto T *Phys. Rev. A* **61** 022305 (2000)
- Biolatti E et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 5647 (2000)
- <http://www.archive.org>; <http://ru.archive.org>; <http://xxx.itp.ru>
- Special Issue on Quantum Information *Phys. World* **11** (3) (1998)
- Салберн А *Квантовая механика и физика элементарных частиц* (М.: Мир, 1989)
- Bennett C H et al. *Phys. Rev. A* **53** 2046 (1996)
- Bennett C H et al. *Phys. Rev. A* **54** 3824 (1996)
- Гришанин Б А *Квантовая электродинамика для радиофизиков* (М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981)
- Busch P, Lahti P J, Mittelstaedt P *The Quantum Theory of Measurement* 2nd rev. ed. (Berlin: Springer, 1996)⁷
- Bennett C H et al. *Phys. Rev. A* **59** 1070 (1999)
- Lo H-K, Popescu S *Phys. Rev. A* **63** 022301 (2001)
- Bose S, Vedral V, Knight P L *Phys. Rev. A* **60** 194 (1999)
- Greenberger D M, Horne M, Zeilinger A, in *Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe* (Ed. M Kafatos) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1989) p. 107
- Linden N et al., quant-ph/9912039
- Cohen O *Phys. Rev. A* **60** 80 (1999)
- DiVincenzo D P et al., in *Proc. First NASA Int. Conf. on Quantum Computing and Quantum Communications* (Springer-Verlag Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1509) (Heidelberg: Springer-Verlag, 1999)
- Vedral V et al. *Phys. Rev. A* **56** 4452 (1997)
- Eisert J, Plenio M B *J. Mod. Opt.* **46** 145 (1999)
- Wootters W K *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245 (1998)
- Deutsch D et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 2818 (1996)
- Maneva E N, Smolin J A, quant-ph/0003099
- Thew R T, Munro W J, quant-ph/0012049
- Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R *Phys. Rev. Lett.* **84** 2014 (2000)
- Nielsen M A *Phys. Rev. Lett.* **83** 436 (1999)
- Smolin J A, quant-ph/0001001 (v1)
- Lewenstein M et al., quant-ph/0006064 (v1); *J. Mod. Opt.* **47** 2841 (2000)
- Lewenstein M et al., quant-ph/0005014 (v1)
- Terhal B M, quant-ph/0101032
- Parker S, Bose S, Plenio M B *Phys. Rev. A* **61** 032305 (2000)
- Acin A et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 1560 (2000)
- Eisert J, Briegel H-J, quant-ph/0007081 (v1)
- Bennett C H et al. *Phys. Rev. A* **63** 012307 (2001)
- Collins D, Linden N, Popescu S, quant-ph/0005102
- Bell J S *Physics* **1** 195 (1964)
- Bouwmeester D et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1345 (1999)
- Haroche S *Phys. Today* **51** (7) 36 (1998)
- Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R *Phys. Lett. A* **223** 1 (1996)
- Terhal B M *Phys. Lett. A* **271** 319 (2000)
- Tittel W et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 3563 (1998)
- Szabo L E, Fine A, quant-ph/0007102 (v1)
- Zurek W H *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A* **356** 1793 (1998)
- Менский М Б *УФН* **168** 1017 (1998)
- Brandt H E *Prog. Quantum Electron.* **22** 257 (1998)
- De Martini F, Mussi V *Fortschr. Phys.* **48** 413 (2000)
- Sackett C A et al. *Nature* **404** 256 (2000)
- Myatt C J et al. *Nature* **403** 269 (2000)
- Monroe C et al. *Science* **272** 1131 (1996)
- Brune M et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4877 (1996)
- Kitagawa M, Ueda M *Phys. Rev. A* **47** 5138 (1993)
- Hald J et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 1319 (1999)
- Wineland D J et al. *Phys. Rev. A* **50** 67 (1994)
- Huelga S F et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 3865 (1997)
- Клышко Д Н, Пенин А И *УФН* **152** 653 (1987)
- Deutsch D, Barenco A, Ekert A *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **449** 669 (1995)
- Beige A et al. *J. Mod. Opt.* **47** 401 (2000)
- Linden N, Popescu S, quant-ph/9906008 (v1)
- Braunstein S L, Pati A K, quant-ph/0008018
- Knill E et al., quant-ph/9908051
- Schack R, Caves C M *Phys. Rev. A* **60** 4354 (1999)
- Shor P W, Preskill J *Phys. Rev. Lett.* **85** 441 (2000)
- Aschauer H, Briegel H J, quant-ph/0008051 (v1)

⁷ Заметим, что понятие неортогонального квантового измерения было впервые введено в работе: Helstrom C W, Liu J W S, Gordon J P *Opt. Commun.* **58** 1578 (1970), а в наиболее общей форме неортогонального разложения единицы (положительной операторной меры, РОУМ) — одним из нас в работе: Гришанин Б А *Техническая кибернетика* **5** 127 (1973)

94. Wootters W K, Zurek W H *Nature* **299** 802 (1982)
95. Ribordy G et al., quant-ph/0008039 (v1)
96. Bennett C H, Brassard G, in *Proc. IEEE Int. Conf. on Computers, Systems, and Signal Processing* (New York: IEEE Publ., 1985) p. 175
97. Jennewein T et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4729 (2000)
98. Naik D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4733 (2000)
99. Tittel W et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4737 (2000)
100. Галлагер Р Дж *Теория информации и надежная связь* (М.: Сов. радио, 1974)
101. Hausladen P et al. *Phys. Rev. A* **54** 1869 (1996)
102. Holevo A S *IEEE Trans. Inf. Theory* **44** 269 (1998)
103. Werner R F, quant-ph/0101061
104. Schumacher B, Nielsen M A *Phys. Rev. A* **54** 2629 (1996)
105. Barnum H, Nielsen M A, Schumacher B *Phys. Rev. A* **57** 4153 (1998)
106. Barnum H, Knill E, Nielsen M A *IEEE Trans. Inf. Theory* **46** 1317 (2000)
107. Barnum H *Phys. Rev. A* **62** 042309 (2000)
108. Grishanin B A, Zadkov V N *Phys. Rev. A* **62** 032303 (2000)
109. Bennett C H et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895 (1993)
110. Boschi D et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1121 (1998)
111. Bouwmeester D et al. *Nature* **390** 575 (1997)
112. Furusawa A et al. *Science* **282** 706 (1998)
113. Kim Y-H, Kulik S P, Shih Y, quant-ph/0010046; *Phys. Rev. Lett.* **86** 1370 (2001)
114. Mattle K et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656 (1996)
115. Bennett C H et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 3081 (1999)
116. Yurke B, Stoler D *Phys. Rev. Lett.* **68** 1251 (1992)
117. Sokolov I V et al., quant-ph/0007026
118. Gorbachev V N et al., quant-ph/0011124
119. Ghosh S et al., quant-ph/0012110
120. Pan J-W et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 3891 (1998)
121. Meyer D A *Phys. Rev. Lett.* **82** 1052 (1999); **84** 789, 790 (2000)
122. Du J et al., quant-ph/0010050
123. Eisert J, Wilkens M, Lewenstein M *Phys. Rev. Lett.* **83** 3077 (1999)
124. Ельашевич М А *Атомная и молекулярная спектроскопия 2-е изд.* (М.: Эдиториал УРСС, 2001)
125. Wineland D J et al. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Tech.* **103** 259 (1998)
126. Happer W *Rev. Mod. Phys.* **44** 169 (1972)
127. Шен И Р *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989)
128. Пауль В *УФН* **160** (12) 109 (1990)
129. Ghosh P K *Ion Traps* (Oxford: Clarendon Press, 1995)
130. Birkel G, Kassner S, Walther H *Europhys. News* **23** (8) 143 (1992)
131. Leibfried D et al., quant-ph/0009105
132. Monroe C et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4011 (1995)
133. Cirac J I, Zoller P *Phys. Rev. Lett.* **74** 4091 (1995)
134. Monroe C et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4714 (1995)
135. Sancho J M G, Huelga S F *Phys. Rev. A* **61** 042303 (2000)
136. Sørensen A, Mølmer K *Phys. Rev. A* **62** 022311 (2000)
137. Turchette Q A et al. *Phys. Rev. A* **61** 063418 (2000)
138. Monroe C et al. "Scalable entanglement of trapped ions", in *Atomic Physics 17: Proc. of the 17th Intern. Conf.* (AIP Conf. Proc., Vol. 551, Eds E Arimondo, P De Natle, M Inguscio) (Melville, N.Y.: AIP, 2001) p. 173; <http://www.bldrdoc.gov/timefreq/ion/qucomp/papers.htm>
139. Roos Ch et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 4713 (1999)
140. Arimondo E, in *Progress in Optics* Vol. 35 (Amsterdam: Elsevier, 1996) p. 257
141. James D F V, quant-ph/0003122; submitted to *Fortschr. Phys.*
142. Cirac J I, Zoller P *Nature* **404** 579 (2000)
143. Childs A M, Chuang I L *Phys. Rev. A* **63** 012306 (2001)
144. Jonathan D, Plenio M B, Knight P L, quant-ph/0002092 (v1); *Phys. Rev. A* **62** 42307 (2000)
145. Steane A et al. *Phys. Rev. A* **62** 042305 (2000)
146. Balykin V I, Minogin V G, Letokhov V S *Rep. Prog. Phys.* **63** 1429 (2000)
147. Grimm R, Weidemüller M, Ovchinnikov Yu B *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42** 95 (2000)
148. Mandel L, Wolf E *Optical Coherence and Quantum Optics* (New York: Cambridge Univ. Press, 1995) [Перевод на русский язык: Мандель Л, Вольф Э *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000)]
149. Wallis H *Phys. Rep.* **255** 203 (1995)
150. Kuppens S J M et al. *Phys. Rev. A* **62** 013406 (2000)
151. Townsend C G et al. *Phys. Rev. A* **52** 1423 (1995)
152. Briegel H-J et al. *J. Mod. Opt.* **47** 415 (2000)
153. Frese D et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 3777 (2000)
154. DePue M T, McCormick C, Winoto S L *Phys. Rev. Lett.* **82** 2262 (1999)
155. Hamann S E et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 4149 (1998)
156. Anderson B P, Kasevich M A *Science* **282** 1686 (1998)
157. Stenger J et al. *Nature* **396** 345 (1998)
158. Jaksch D et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1975 (1999)
159. Weiner J et al. *Rev. Mod. Phys.* **71** 1 (1999)
160. Berman P R (Ed.) *Cavity Quantum Electrodynamics* (Boston: Academic Press, 1994)
161. Mabuchi H, Ye J, Kimble H J *Appl. Phys. B* **68** 1095 (1998)
162. Domokos P et al. *Phys. Rev. A* **52** 3554 (1995)
163. Pellizzari T et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3788 (1995)
164. Bergmann K, Theuer H, Shore B W *Rev. Mod. Phys.* **70** 1003 (1998)
165. Андреев А В, Емельянов В И, Ильинский Ю А *Кооперативные явления в оптике* (М.: Наука, 1988)
166. DeVoe R G, Brewer R G *Phys. Rev. Lett.* **76** 2049 (1996)
167. Barenco A et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 4083 (1995)
168. Brennen G K et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1060 (1999)
169. Lukin M D et al., quant-ph/0011028
170. Bargatin I V, Grishanin B A, Zadkov V N *Fortschr. Phys.* **48** 637 (2000)
171. Semirara F, Leonardi C *Phys. Rev. A* **42** 5695 (1990)
172. Goldstein E V, Meystre P *Phys. Rev. A* **56** 5135 (1997)
173. Bargatin I V, Grishanin B A, Zadkov V N *Phys. Rev. A* **61** 052305 (2000)
174. Plenio M B et al. *Phys. Rev. A* **59** 2468 (1999)
175. Cabrillo C et al. *Phys. Rev. A* **59** 1025 (1999)
176. Konopka M, Buzek V, quant-ph/9901069
177. Rauschenbeutel A et al. *Science* **288** 2024 (2000)
178. Hood C J et al. *Science* **287** 1447 (2000)
179. Pinkse P W H et al. *Nature* **404** 365 (2000)
180. Hennrich M et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 4872 (2000)
181. Ye J, Vernoooy D W, Kimble H J *Phys. Rev. Lett.* **83** 4987 (1999)
182. van Enk S J et al., quant-ph/0005133 (v1)
183. Meschede D et al., in *Tech. Digest XVII Intern. Conf. on Coherent and Nonlinear Optics* (Minsk, Belarus, 2001)
184. Brennen G K, Deutsch I H, Jessen P S, quant-ph/9910031
185. Haycock D L et al., quant-ph/0005091 (v1); submitted to *Phys. Rev. Lett.*
186. Sørensen A et al., quant-ph/0006111 (v1); *Nature* **409** 63 (2001)
187. Ketterle W *Phys. Today* **52** (12) 30 (1999)
188. Schrödinger E *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **31** 555 (1935)
189. Cabello A, quant-ph/0012089 (v1)
190. Björk G, in *Opening Speech at Swedish-Russian Workshop on Entangled Quantum Systems* (St. Petersburg, Russia, May 19–21, 2000)

Entangled states of atomic systems

I.V. Bargatin, B.A. Grishanin, V.N. Zadkov

M V Lomonosov Moscow State University, Department of Physics and International Laser Center, Russian Federation

Tel. (7-095) 939-51 73. Fax (7-095) 939-51 13

E-mail: zadkov@comsim1.phys.msu.su

The current status of the physics of the entangled states of atomic systems — an interdisciplinary field involving quantum optics, quantum information, and foundations of quantum mechanics — is reviewed. In the first part of the review, an introduction to the theory of entangled states is given and their properties and applications are described. In the second part, experiments and experimental proposals for the creation and detection of entangled states in atomic systems are discussed. Today's most advanced experimental technique for entangling ions in an ion trap is examined, and methods showing promise for the entanglement of neutral atoms are analyzed.