Задание zp5. Численное решение уравнений вида f(z) = 0

Найти численно тремя различными методами с точностью не хуже, чем 10^{-3} ($abs(f(z^*)) < 10^{-3}$), корни уравнений, выписанных ниже.

1. $z = \exp\{ -z^2 \}$
2. $z^2 = \exp\{ -z^2 \}$
3. $z^2 + z = \exp\{ -z^2 \}$
4. $z^2 = \exp\{ -(z - 0.5)^2 \}$

Пояснения

1. ***Метод деления отрезка пополам*** (The Bisectional Method)
   Самый простой метод. Предполагается, что он стартует с двух значений z, таких что $f(z1) < 0$ и $f(z2) > 0$. Далее на каждой итерации вычисляется средняя точка диапазона $zm = (z1+z2)/2$ и диапазон, внутри которого находится корень, сужается по следующему правилу. Средняя точка заменяет точку z1, если знак f(z1) совпадает со знаком f(zm), или z2 в противном случае.

2. ***Метод секущих*** (The False-Position and Secant Methods)
   Приближенное решение уравнения вида f(z) = 0 на каждой следующей итерации j+1 определяется в соответствии с алгоритмом: $z^{[j+1]}=z^{[j]} - f(z^{[j]})*(z^{[j]} - z^{[j-k]})/(f(z^{[j]}) - f(z^{[j-k]}))$, где k - наименьшее натуральное число такое, что $f(z^{[j-k]})$ и $f(z^{[j]})$ имеют разные знаки.

3. ***Метод Ньютона*** (The Newton-Raphson Method)
   В соответствии с методом Ньютона приближенное решение уравнения вида f(z) = 0 на каждой следующей итерации j+1 может быть найдено по формуле: $z^{[j+1]}=z^{[j]} - f(z^{[j]})/f'(z^{[j]})$, j = 1, 2 ... , где $f'(z^{[j]})$ - значение производной функции f(z) в точке $z^{[j]}$.

Литература

1. Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977.